UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI VENEZIA

M. CORAZZA - F. MASENELLO

CRASHMETRICS: RISULTATI ED APPLICAZIONI PER PORTAFOGLI MONO-STRUMENTO

n. 103/2001

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA APPLICATA

CrashMetrics: risultati ed applicazioni per portafogli mono-strumento

Marco CORAZZA
Dipartimento di Matematica Applicata - Università "Ca' Foscari" di Venezia

Federica MASENELLO
Altinia S.I.M. S.p.A. - Mogliano Veneto (TV)

Sintesi - In questo lavoro viene presa in considerazione una nuova metodologia di tipo VaR, *CrashMetrics*, che non richiede *a priori* né la stima di varianze e correlazioni, né di distribuzione di probabilità di rendimenti. In particolare, la sua duplice utilizzabilità consiste: primo, nel calcolare il rischio che andrebbe a sopportare un portafoglio caratterizzato da *pay-off* non lineare in condizioni estreme di mercato; secondo, nel determinare la migliore copertura che permetta di mitigare gli effetti di questo *crash* attraverso l'acquisto o la vendita di una opportuna quantità di strumenti derivati. I contributi originali che presentiamo in questo lavoro consistono in alcuni risultati teorici relativi alla determinazione della copertura ottima (detta *Platinum hedge*) e nell'applicazione della metodologia *CrashMetrics* ad otto semplici portafogli costituiti da opzioni scritte sull'indice di mercato Mib30.

Parole chiave - Rischio finanziario, Value at Risk, *CrashMetrics*, strumenti derivati, portafoglio di copertura, *Platinum hedge*, Mib30.

1 Introduzione

La necessità di gestire attentamente i rischi finanziari indotti dal possibile andamento sfavorevole di variabili di mercato (quali, ad esempio, i tassi di interesse, quelli di cambio, i corsi azionari, ...) è dovuta agli effetti negativi che gli stessi rischi possono avere sui portafogli detenuti dagli investitori.

La quantificazione del rischio è un argomento di interesse generale; in particolare, è negli ultimi venti anni che si è assistito alla "proliferazione" di nuovi approcci sempre più raffinati[1]. Tra questi, il Value at Risk (nel seguito: VaR) è una metodologia che permette di quantificare il rischio di mercato attraverso un semplice numero riassuntivo; esso, infatti, rappresenta il massimo am-

[1] Dowd K., "*Beyond Value at Risk. The new science of risk management*", John Wiley & Sons, 1998 (capitolo 1).

montare potenziale di moneta che un dato portafoglio può perdere in uno specifico orizzonte temporale, prefissato un intervallo di confidenza. L'utilizzo di questo approccio è in continua diffusione e l'obiettivo fondamentale delle sue continue generalizzazioni proposte in letteratura è di colmare i vari limiti che presenta.

A questo scopo, dopo che nella sezione **2** si richiamano sinteticamente alcune nozioni relative al VaR, nella sezione **3** viene illustrata una nuova metodologia per la determinazione del VaR, *CrashMetrics*, che non richiede *a priori* né la stima di varianze e correlazioni, né di distribuzioni di probabilità di rendimenti, metodologia il cui duplice fine consiste:

- nel calcolare il rischio che andrebbe a sopportare un portafoglio caratterizzato da *pay-off* non lineare in condizioni estreme di mercato;
- nel determinare la migliore copertura che permetterebbe di mitigare gli effetti di questo *crash* attraverso l'acquisto o la vendita di una opportuna quantità di strumenti derivati.

Nella sezione **4** si presentano alcuni risultati teorici relativi alla determinazione della copertura ottima derivante dall'applicazione della metodologia *CrashMetrics*. Nella sezione **5** si applica tale metodologia alla realtà italiana; in particolare, si considerano otto semplici portafogli costituiti da opzioni scritte sull'indice di mercato Mib30. Infine, nella sezione **6** si tracciano le conclusioni finali riguardanti l'intero lavoro.

2 Il VaR in sintesi

2.1 Metodologie di tipo VaR

Prefissato un intervallo di confidenza, il VaR permette di calcolare la perdita massima in cui il portafoglio di un operatore economico potrebbero incorrere in un dato intervallo temporale. Più formalmente, il VaR è il massimo ammontare di numerario che un portafoglio può perdere in uno specifico orizzonte temporale, essendo c l'intervallo di confidenza c. La scelta dell'intervallo di confidenza e dell'orizzonte temporale dipende dalle caratteristiche delle attività detenute nel portafoglio e dall'obiettivo per il quale si utilizza il VaR[2].

In generale, considerando una generica distribuzione di probabilità del rendimento del portafoglio considerato, $f(w)$, e fissato l'intervallo di confidenza c, l'obiettivo è di trovare la peggiore realizzazione possibile, W^*, tale che la probabilità di eccedere questo valore c sia

[2] Dowd K., "*Beyond Value at Risk. The new science of risk management*", John Wiley & Sons, 1998 (capitolo 2).

$$c = \int_{W^*}^{\infty} f(w) dw$$

o, equivalentemente, che sia 1-c la probabilità che il valore di tale peggiore realizzazione sia inferiore di W^*, cioé

$$1 - c = \int_{-\infty}^{W^*} f(w) dw;$$

(si veda la esemplificazione grafica di Figura 1.1).

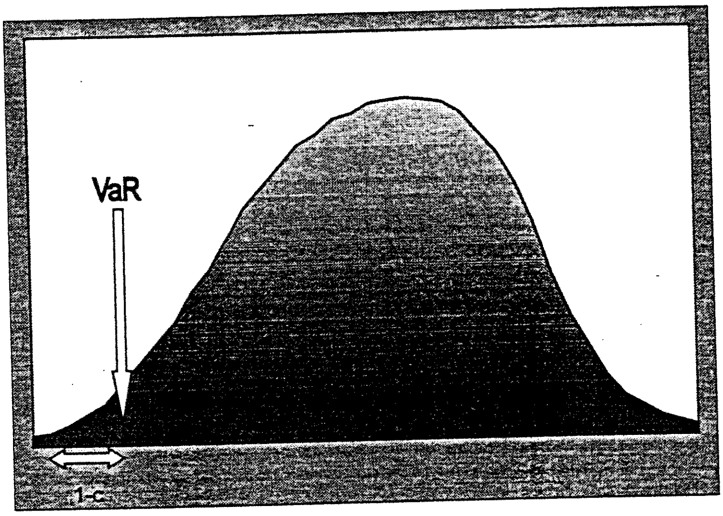


Figura 1.1 - Determinazione grafica del VaR

I metodi sviluppati per il calcolo del VaR sono numerosi, ognuno con caratteristiche che si adattano meglio ad alcune tipologie di portafoglio piuttosto che ad altre. Ad esempio, i metodi parametrici e quelli Delta-Gamma sono ampiamente utilizzati e sono, forse, i più popolari approcci per il calcolo del VaR. Sono di agevole applicazione ed utilizzano i dati storici dei rendimenti dei vari strumenti finanziari considerati. Il VaR può anche essere determinato utilizzando metodi di simulazione, in particolare la simulazione storica e quella di tipo Monte Carlo. Ancora, i metodi a scenari si distinguono dagli altri approcci perché permettono di identificare la perdita potenziale che un portafoglio può subire assunto un ipotetico scenario economico[3]. Vi sono poi studi che estendono il VaR ai portafogli multi-strumento; in questo contesto è necessario considerare le relazioni esistenti tra le varie attività che costituiscono il portafoglio e, in generale, si richiede la determinazione della matrice di varianza-covarianza relativa al portafoglio stesso[4].

In quanto segue, l'unico metodo di interesse è quello Delta-Gamma, sul quale ci soffermiamo sinteticamente in relazione alla determinazione del VaR di uno strumento derivato. Un'accurata

[3] Best P., "*Implementing Value at Risk*", John Wiley & Sons, 1996 (capitolo 6).
[4] Linsmeier T.J. e Pearson N.D., "*Risk measurement: an introduction to Value at Risk*", Technical Report, University of Illinois at Urbana-Champain, July 1996.

misura della variazione del valore D di tale strumento nell'ipotesi in cui si considerino orizzonti temporali medio-lunghi nei quali si verifichino variazioni di prezzo dell'attività sottostante ampie, è fornita dalla sua espansione in serie di Taylor troncata al secondo ordine

$$\Delta D \cong \delta \Delta S + \frac{\Gamma(\Delta S)^2}{2}$$

dove

$\Delta D = D - \overline{D}$ è la variazione del valore del derivato,

$\Delta S = S - \overline{S}$ è la variazione del valore del bene sottostante,

$\delta = \frac{\partial D}{\partial S}$ è la derivata del valore del derivato rispetto una variazione del bene sottostante,

$\Gamma = \frac{\partial \delta}{\partial S} = \frac{\partial^2 D}{\partial S^2}$ è il parametro che indica la convessità della funzione.

Da quanto precede, il derivato finanziario viene visto come un portafoglio costituito dal bene sottostante, S, e da un ipotetico bene dal prezzo $U = S^2$ da cui

$$D = k + \delta S + \frac{\Gamma}{2U}$$

dove

$k = \overline{D} - \delta \overline{S} - \frac{\Gamma}{2} \overline{U}$.

A questo punto il VaR viene calcolato con la seguente formula:

$$VaR = -\alpha \sigma_P S$$

dove

$$\sigma_P = \sqrt{\delta^2 \sigma^2 - \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 \sigma_U^2} = \sqrt{\delta^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} \Gamma^2 \sigma^4}$$

σ_P è la deviazione standard del portafoglio;

σ è la volatilità del bene sottostante;

σ_U è la volatilità dello strumento U.

2.2 Limiti del VaR

Sebbene le metodologie di tipo VaR abbiano riscosso un notevole successo (in particolare, il comitato di Basilea per la supervisione bancaria, in una direttiva del 1996, lo propone come approccio alternativo al metodo standard di determinazione dei capitali minimi da detenere da parte degli

Istituti finanziari per far fronte a rischi di mercato[5]), esse presentano anche dei limiti specifici per ogni singolo metodo.

Pertanto, la scelta della metodologia più idonea per calcolare il VaR è legata al tipo di portafoglio detenuto. Nessun approccio risulta il più efficiente in assoluto; infatti, se l'approccio adottato riesce ad ovviare ai problemi di un altro metodo, quasi sicuramente ne presenta di nuovi[6]. Ad esempio, l'assunzione di normalità dei rendimenti, tipica di varie metodologie, è un'ipotesi che non di rado risulta inconsistente con le evidenze empiriche; infatti, le serie storiche dei rendimenti presentano distribuzioni asimmetriche, leptocurtiche e con code grosse[7]. Altra ipotesi criticata è l'assunzione di dipendenza lineare tra strumenti del portafoglio e le variabili di mercato; ipotesi non corretta perché il portafoglio può includere strumenti legati non linearmente a tali fattori di rischio[8]. Infine, altro punto cruciale è costituito dalla stima della matrice di varianza-covarianza e dall'individuazione del metodo di misurazione della volatilità più adatto alla determinazione del VaR[9].

Alcuni svantaggi, quali quelli legati alla curtosi e alle stime dei parametri di varianza e covarianza, possono essere superati se il VaR viene calcolato con un metodo di recente introduzione: *Crashmetrics*, i cui autori sono P. Wilmott e P. Hua[10].

2.3 *La nuova metodologia*

CrashMetrics è una metodologia quantitativa che permette di stimare il VaR relativo ad un portafoglio costituito di prodotti derivati nel caso di crisi di mercato (ovvero nelle peggiori situazioni possibili) e di individuare una copertura per il portafoglio posseduto in grado di migliorare i risultati presumibilmente disastrosi che altrimenti si verificherebbero. Infatti, se il VaR viene calcolato sotto l'assunzione di normalità dei mercati, allora non si è in grado di "replicare" quelle condizioni estreme di mercato (dette *crash*) che, talvolta, si verificano nella realtà. Inoltre, è nelle condizioni estreme di mercato che si verificano le situazioni che generano le informazioni per i calcoli che si è

---

[5] Best P., "*Implementing Value at Risk*", John Wiley & Sons, 1996 (capitolo 9); Dowd K., "*Beyond Value at Risk. The new science of risk management*", John Wiley & Sons, 1998 (capitolo 11); Duffie P. e Pan J., "*An overview to Value at Risk*", The Journal of Derivates, 4, spring 1994.

[6] Butler J.S. e Schachter B., "*Improving VaR estimes by combining kernel estimation with historical simulation*", mimeo, 1996; Hendricks D., "*Evaluation of VaR models using historical data*", Economic Policy Review, April 1996.

[7] Fama E.F., "*Foundation of finance: portfolio decision and securites prices*", Oxford-Basil Blackwell, 1977 (capitolo 1).

[8] Beder T., "VaR seductive but dangerous", Financial Analysts Journal, 51, September-October 1995; Ju X. e Pearson N.D., "*Using VaR to control risk taking: how wrong can you be?*", OFOR Paper Number 98-08, October 1998.

[9] Boudoukh J., Richardson M. e Whitelaw R.F., "*Investigation of a class of volatility estimators*", The Journal of Derivates, 1997.

[10] Wilmott P., "*Derivatives The Theory and Practice of Financial Engineering*", University Edition, 1998 (capitoli 27 e 45).

interessati ad effettuare; i movimenti che riguardano i valori delle attività finanziarie sono, in genere, più "ampi" rispetto a quelli che si verificherebbero in condizioni normali; gli strumenti finanziari, esclusa qualche eventuale eccezione, si muovono nella stessa direzione e risultano correlati ad un unico o a pochi indici. Quindi, il problema relativo alla stima delle correlazioni per la determinazione della variazione subita dal portafoglio, che come esposto è uno dei limiti delle metodologie VaR, viene così semplificato e non crea particolari preoccupazioni. Inoltre, le variazioni di valore di un portafoglio contenente derivati possono essere ben approssimate con il metodo Delta-Gamma. Determinato l'andamento delle variazioni che il portafoglio posseduto può subire e individuato il peggior scenario che si può presentare, *CrashMetrics* permette la determinazione della *Platinum hedge*, cioè dell'ammontare di acquisti o di vendite di strumenti finanziari, di solito derivati, necessari per proteggersi dall'eccessiva perdita dovuta alla situazione di *crash*. Quindi, a differenza delle altre metodologie di tipo VaR, *CrashMetrics* incorpora un meccanismo che consente anche di minimizzare il rischio. Infatti, calcola il VaR determinando la perdita che provocherebbe un eventuale *crash* e cerca la migliore copertura per minimizzare questo costo e ridurre il VaR stesso.

3 CrashMetrics

CrashMetrics è una metodologia di recente introduzione che, tipicamente:

- considera improvvisi ed estremi movimenti di mercato che non possono essere coperti con una semplice *delta hedge*[11];
- determina il valore del portafoglio nell'ipotesi in cui si verifichi il caso peggiore;
- non necessita della stima della volatilità e delle correlazioni;
- sono necessarie poche assunzioni sulla distribuzione dei rendimenti;
- utilizza strumenti derivati da inserire nel portafoglio per limitare le perdite che il portafoglio stesso può subire; la copertura ottimale, chiamata *Platinum hedge*, rende minima la maggiore perdita verificabile.

3.1 CrashMetrics per un portafoglio con un solo bene sottostante

L'approccio *CrashMetrics* può essere applicato sia ad un portafoglio semplice, costituito da opzioni tutte relative a un singolo bene sottostante sia ad un portafoglio multi-strumento, cioè costituito da più attività e da opzioni sui beni stessi. Visto che nel seguito si prenderanno in considerazione portafogli con un solo bene sottostante, viene tralasciata la presentazione relativa ai portafogli multi-strumento.

Quando si considera un portafoglio costituito da opzioni tutte relative a un singolo bene sottostante, la variazione del valore del portafoglio, $\Delta\Pi$, viene approssimata attraverso lo sviluppo in serie di Taylor troncato al secondo ordine in cui si considera, per il momento, solo il principale fattore di rischio: la variazione del valore del bene sottostante, ΔS[12]:

$$\Delta\Pi = \delta\Delta S + \frac{1}{2}\Gamma\Delta S^2$$

dove

ΔS è la variazione periodale del valore del bene sottostante,

δ è la derivata prima del valore del portafoglio rispetto una variazione del valore del bene sottostante,

Γ è la derivata seconda del valore del portafoglio rispetto una variazione del bene sottostante.

A questo punto, il metodo richiede di individuare per quale variazione di S, ΔS, si avrà la peggiore variazione del valore del portafoglio; a tal fine è necessario calcolare il punto di minimo della precedente funzione. A tal fine si considera la derivata prima della funzione stessa, che risulta uguale a

$$\frac{\partial\Delta\Pi}{\partial S} = \Delta S\Gamma + \delta,$$

mentre la derivata seconda è data da Γ. Ora, se Γ è positiva per ogni valore di S, allora il punto di minimo è (agevolmente) dato da

$$\Delta S_{\text{minimo}} = -\frac{\delta}{\Gamma}$$

a cui corrisponde una variazione del valore del portafoglio pari a

$$\Delta\Pi_{\text{peggiore}} = -\frac{\delta^2}{2\Gamma}.$$

Invece, se Γ è negativa per ogni valore di S, allora la funzione risulta concava e il punto di minimo potrebbe non esistere, situazione in generale non coerente con la realtà. Per questo motivo è preferibile vincolare il valore del bene sottostante entro un certo intervallo, cioè

$$-\Delta S^{-} \leq \Delta S \leq \Delta S^{+};$$

---

[11] *Delta hedge* è chiamata la quantità di contratti finanziari da acquistare o da vendere per creare una copertura di un portafoglio caratterizzato da *pay-off* lineare.

[12] In generale, il valore di un'opzione dipende da diversi fattori di rischio quali, ad esempio, il valore del bene sottostante, la sua volatilità, il tempo, i tassi di interesse e la scadenza.

in questo modo, qualora Γ fosse negativa per ogni valore di S, allora il peggior scenario si verificherebbe in corrispondenza di uno dei valori estremi dell'intervallo fissato. Anche la variazione che il portafoglio può subire è così limitata.

Volendo limitare i "danni" causati dall'eventuale *crash* al minimo ammontare possibile, in generale è necessario acquistare o vendere un altro portafoglio, detto portafoglio di copertura, di solito costituito da opzioni, che garantisca la copertura ottima, detta *Platinum hedge*. In generale, la *Platinum hedge* richiede innanzitutto all'investitore di scegliere tra n opzioni disponibili nel mercato quelle che andranno a costituire il portafoglio di copertura. Scelte tali opzioni, ognuna di esse avrà un valore di acquisto, C_i^+, e un valore di vendita, C_i^- (con i=1, ..., n) in cui $C_i^- < C_i^+$ (a causa del *bid-offer spread*). Il portafoglio coperto sarà allora costituito dal portafoglio originale più una quantità λ_i di ognuna delle opzioni scelte. Il costo della copertura risulta

$$\sum_i \lambda_i C_i(\lambda_i),$$

dove

$$C_i(\lambda_i) = \begin{cases} C_i^+ & se\ \lambda_i \geq 0 \\ C_i^- & se\ \lambda_i \leq 0 \end{cases}.$$

Se $\lambda_i \geq 0$, si acquista l'opzione i-esima al prezzo C_i^+; se invece $\lambda_i \leq 0$, si vende l'opzione i-esima al prezzo C_i^-. Al valore delle variazioni del portafoglio con copertura, $\Delta\Pi_{pc}$ (dato dalla somma tra la variazione del valore del portafoglio originale, $\Delta\Pi_{po}$, e quella del valore del portafoglio di copertura, $\Delta\Pi_c$, entrambe approssimate mediante un'espansione in serie di Taylor troncata al secondo ordine) si deve ovviamente detrarre il costo sostenuto per la copertura medesima, ottenendo così il valore netto delle variazioni del portafoglio con copertura.

4 *Platinum hedge* nel caso di una funzione di costo lineare a tratti

Dati i portafogli così come specificati nella sezione precedente ($\Delta\Pi_{po}$ e $\Delta\Pi_c$), nel seguito si procederà alla determinazione della *Platinum hedge* prendendo in considerazione una funzione di costo che si reputa sufficientemente consistente con quelle riscontrabili nella realtà dei mercati finanziari, ovvero una funzione di costo lineare a tratti. Pertanto, nel caso di un portafoglio mono-strumento, il valore della variazione del portafoglio con copertura, $\Delta\Pi_{pc}$, risulta essere

$$\Delta\Pi_{pc} = \Delta S\left(\delta + \lambda\delta^{*}\right) + \frac{1}{2}\Delta S^{2}\left(\Gamma + \lambda\Gamma^{*}\right) - |\lambda| C,$$

dove

$\delta\Delta S + \frac{1}{2}\Gamma\Delta S^{2} = \Delta\Pi_{po}$,

$\lambda\delta^{*}\Delta S + \frac{1}{2}\lambda\Gamma^{*}\Delta S^{2} = \Delta\Pi_{c}$,

$|\lambda| C$ è il costo per la copertura,

in cui il delta e il gamma dello strumento di copertura sono indicati, rispettivamente, con δ^{*} e Γ^{*}, e λ è la quantità di opzioni acquistate/vendute al fine di realizzare la copertura stessa.

Il fine ultimo della *Platinum hedge* è di calcolare il valore di λ che garantisce il minore tra i peggiori valori possibili di $\Delta\Pi_{pc}$, sotto i vincoli che $\Delta S^{-} \leq \Delta S \leq \Delta S^{+}$. Quindi, determinato qual è il valore di ΔS che provoca la peggiore variazione del portafoglio originale, si massimizza il valore di $\Delta\Pi_{pc}$ rispetto a λ. Così il risultato fornisce la quantità ottima di opzioni da acquistare o da vendere, cioè la copertura ottima o *Platinum hedge*.

Il modello può essere esteso considerando che le variazioni del valore del portafoglio, oltre a essere influenzate dalle variazioni del valore del bene sottostante, dipendono anche da un altro fattore di rischio: la variabile tempo, t. A tal fine si estende l'approssimazione mediante lo sviluppo in serie di Taylor opportunamente troncato considerando ora questa nuova variabile, in cui il parametro Θ indica la sensibilità del valore del portafoglio rispetto al tempo: $\Theta = \frac{\partial\Pi}{\partial t}$. Si ricorda che, per la maggior parte delle opzioni, tale parametro risulta, in genere, negativo; questo significa che con il passare del tempo l'opzione perde valore.

La variazione del valore del portafoglio originale è, ora, data da

$$\Delta\Pi_{po} = \Theta\Delta t + \delta\Delta S + \frac{1}{2}\Gamma\Delta S^{2}$$

i cui fattori di rischio, ΔS e Δt, assumono valori entro fissati intervalli:

- $\Delta S^{-} \leq \Delta S \leq \Delta S^{+}$;
- $0 \leq \Delta t \leq \tau$, dove τ è la scadenza dell'intervallo temporale durante il quale il valore del tasso di interesse privo di rischio è r.

A questo punto è necessario considerare anche un'attività che fornisca un rendimento certo uguale al tasso privo di rischio r. Il valore del rendimento di una tale attività all'istante temporale Δt sarà uguale a $r\Pi\Delta t$. Dovendo rilevare il peggior scenario possibile, cioè la peggior perdita che il portafoglio costituito da opzioni può subire a causa del trascorrere del tempo, è quanto meno opportuno considerare anche la perdita degli interessi certi che si otterrebbero se si fosse effettuato un investimento in una tale attività piuttosto che nel considerato portafoglio rischioso. Viene, così esaminato il valore delle variazioni del valore del portafoglio anche rispetto al tasso privo di rischio. Quindi, in ultima analisi, l'approssimazione da utilizzare è

$$\Delta\Pi_{po} - r\Pi\Delta t = (\Theta - r\Pi)\Delta t + \delta\Delta S + \frac{1}{2}\Gamma\Delta S^2.$$

Tralasciando momentaneamente la perdita imputabile alla sola variazione del valore del bene sottostante, il peggior scenario imputabile alla variabile tempo si verifica in $\Delta t = \tau$; in questo istante temporale gli interessi derivanti dall'attività a rendimento certo assumono il loro maggior valore. In particolare, se la variazione che il portafoglio costituito da opzioni subisce rispetto al tempo non è tale da superare i rendimenti garantiti dall'attività a rendimento certo, allora si andrà ad incidere negativamente sul valore totale del portafoglio per un ammontare pari a $(\Theta - r\Pi)\tau$; in caso contrario non si avrà invece una perdita. La peggior perdita possibile dovuta alla variabile tempo (nell'intervallo di tempo considerato) è allora data da

$$\min((\Theta - r\Pi)\tau, 0).$$

In generale, per tutelarsi contro le perdite eccessive che si verificano nelle situazioni peggiori è necessario calcolare la copertura ottima relativamente alle variazioni del valore del portafoglio di copertura che consideri anche il fattore di rischio derivante dal fluire del tempo:

$$\Delta\Pi_c = \lambda\Theta^*\Delta t + \lambda\,\delta^*\Delta S + \frac{1}{2}\lambda\Gamma^*\Delta S^2,$$

dove

Θ^* è il parametro che indica la sensibilità dello strumento di copertura rispetto al tempo.

Quindi, il problema che si viene a porre consiste nel massimizzare la variazione del portafoglio con copertura, $\Delta\Pi_{pc}$ (dato, si ricorda, dalla somma del portafoglio originale, $\Delta\Pi_{po}$, con il portafoglio di copertura, $\Delta\Pi_c$). Infatti, dato il peggior scenario possibile (cioè quello in corrispondenza del punto di minimo di ΔS e di $\Delta t=\tau$), si vuole determinare la *Platinum hedge,* ossia la quantità di opzioni di copertura ottima. La funzione da massimizzare risulta pertanto

$$\Delta\Pi_{pc} = (\Theta + \lambda\Theta^* - r\Pi)\Delta t + (\delta + \lambda\delta^*)\Delta S + \frac{1}{2}(\Gamma + \lambda\Gamma^*)\Delta S^2 - |\lambda|C,$$

in cui è incluso il costo sostenuto per coprire il portafoglio originale, $|\lambda|C$. Tale costo, come precedentemente illustrato, è relativo all'acquisto o alla vendita, a seconda che la quantità delle opzioni di copertura sia positiva o negativa.

Una volta calcolata la *Platinum hedge* si sostituirà il valore così determinato nell'espressione che individua il valore del portafoglio con copertura e si potrà determinare, per diverse variazioni del bene sottostante, le variazioni che il valore di questo portafoglio subisce. In generale, risulterà che per variazioni estreme del bene sottostante il portafoglio con copertura garantirà perdite inferiori rispetto a quelle del portafoglio originale. Infatti, l'obiettivo di *CrashMetrics* è proprio di garantire la riduzione del rischio in condizione estreme di mercato.

4.1 *Determinazione della Platinum hedge*

È questo un punto di fondamentale importanza nella metodologia *CrashMetrics*. Come già specificato, la *Platinum hedge* è la quantità ottima di portafogli di copertura da sottoscrivere, cioé λ. La funzione da massimizzare rispetto a λ risulta

$$\Delta\Pi_{pc} = \left(\Theta + \lambda\Theta^* - r\Pi\right)\Delta t + \left(\delta + \lambda\delta^*\right)\Delta S + \frac{1}{2}\left(\Gamma + \lambda\Gamma^*\right)\Delta S^2 - |\lambda| C.$$

Per semplificare la scrittura, la precedente relazione viene riformulata come:

$$\Delta\Pi_{pc} = a + b\lambda - |\lambda| C,$$

dove

$a = (\Theta - r\Pi)\Delta t + \delta\Delta S + \frac{1}{2}\Gamma\Delta S^2$ è una costante,

$b = \Theta^*\Delta t + \delta^*\Delta S + \frac{1}{2}\Gamma^*\Delta S^2$ è una costante.

Ora si va a studiare il comportamento della funzione da massimizzare per determinare il valore ottimo di λ in relazione ai valori che possono assumere i parametri *a, b* e *C*. Innanzitutto, la funzione da massimizzare si può ulteriormente riscrivere come

$$a + b\lambda - |\lambda| C = \begin{cases} a + b\lambda - C\lambda = a + (b - C)\lambda \text{ se } \lambda \geq 0 \\ a + b\lambda + C\lambda = a + (b + C)\lambda \text{ se } \lambda < 0 \end{cases}.$$

Dato che *C* rappresenta i costi di copertura, questa quantità risulta sempre positiva, quindi, poiché $C>0$, i casi che si possono presentare sono:

- caso 1: $a>0$ e $b>0$;
- caso 2: $a>0$ e $b<0$;
- caso 3: $a<0$ e $b>0$;
- caso 4: $a<0$ e $b<0$.

Di seguito indaghiamo ognuno di questi casi al fine di determinare l'andamento della funzione $\Delta\Pi_{pc}$ e di individuare la quantità ottima λ^* al variare dei valori dei parametri *a*, *b* e *C*.

$$\text{Caso 1 } (a>0 \text{ e } b>0): \begin{cases} (b-C)>0 & \text{se } \lambda \geq 0 \text{ } e \text{ } b>C \\ (b-C)<0 & \text{se } \lambda \geq 0 \text{ } e \text{ } b<C \\ (b-C)=0 & \text{se } \lambda \geq 0 \text{ } e \text{ } b=C \\ (b+C)>0 & \text{se } \lambda<0 \end{cases};$$

il generico andamento della funzione $\Delta\Pi_{pc}$ in questo caso è rappresentato nella Figura 4.1.

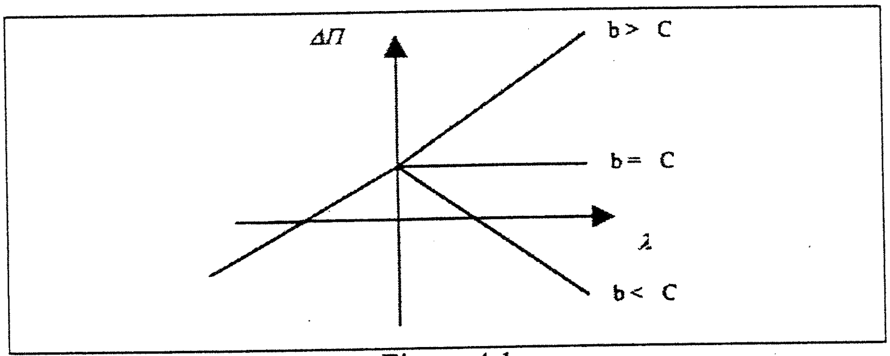


Figura 4.1

$$\text{Caso 2 } (a>0 \text{ e } b<0): \begin{cases} (b-C)<0 & se\ \lambda \geq 0 \\ (b+C)>0 & \text{se } \lambda<0 \text{ e } b>-C \\ (b+C)<0 & \text{se } \lambda <0 \text{ e } b<-C \\ (b+C)=0 & \text{se } \lambda <0 \text{ e b} = \text{C} \end{cases};$$

il generico andamento della funzione $\Delta\Pi_{pc}$ in questo caso è rappresentato nella Figura 4.2.

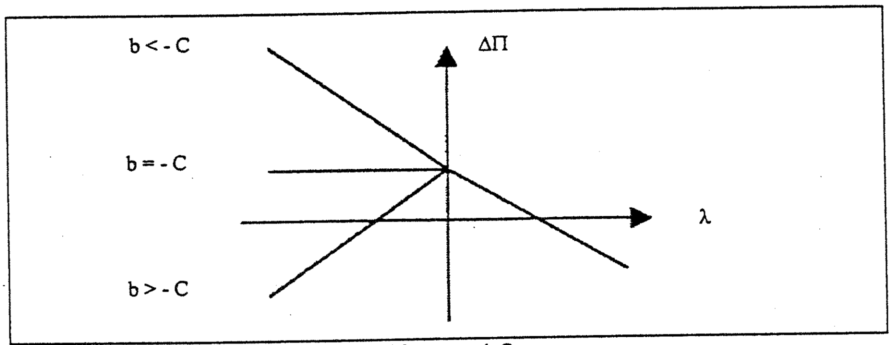


Figura 4.2

$$\text{Caso 3 } (a<0 \text{ e } b>0): \begin{cases} (b-C)>0 & \text{se } \lambda \geq 0 \text{ } e \text{ } b>C \\ (b-C)<0 & \text{se } \lambda \geq 0 \text{ } e \text{ } b<C \\ (b-C)=0 & \text{se } \lambda \geq 0 \text{ } e \text{ b} = \text{C} \\ (b+C)>0 & se\lambda<0 \end{cases};$$

il generico andamento della funzione $\Delta\Pi_{pc}$ in questo caso è rappresentato nella Figura 4.3.

$$\text{Caso 4 } (a<0 \text{ e } b<0): \begin{cases} (b-C)<0 & se\ \lambda \geq 0 \\ (b+C)>0 & \text{se } \lambda<0 \text{ e } b>-C \\ (b+C)<0 & \text{se } \lambda<0 \text{ e } b<-C \\ (b+C)=0 & \text{se } \lambda<0 \text{ e } \mathrm{b}=\text{-C} \end{cases};$$

il generico andamento della funzione $\Delta\Pi_{pc}$ in questo caso è rappresentato nella Figura 4.4.

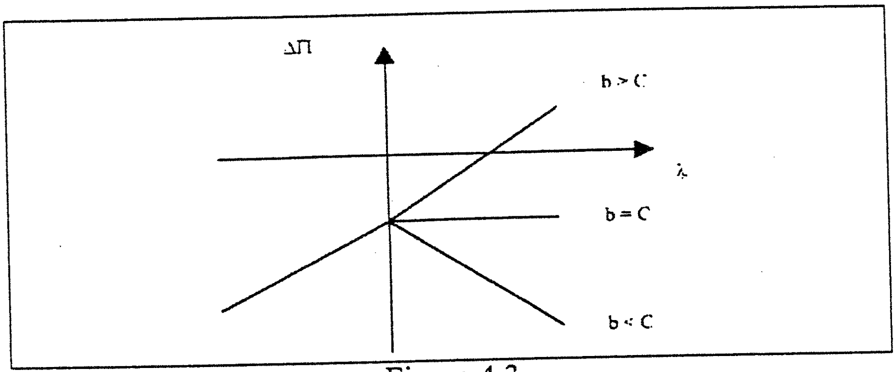


Figura 4.3

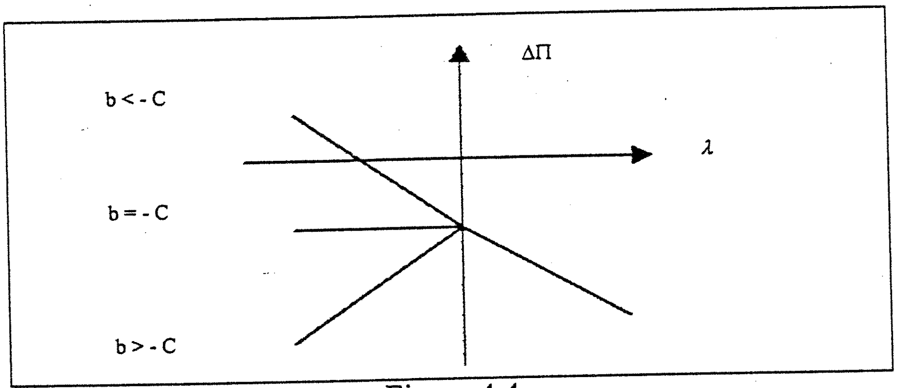


Figura 4.4

In tutti i quattro casi considerati la funzione da massimizzare rispetto a λ risulta per costruzione una spezzata lineare a tratti; a seconda dei valori che assumono i parametri che la caratterizzano può essere superiormente o inferiormente illimitata. Ovviamente, l'investitore non potrà acquistare o vendere quantità illimitate di opzioni per il semplice fatto che è vincolato all'ammontare del capitale posseduto.

5 Applicazione al mercato italiano

In questa sezione si presenta un'applicazione della metodologia *CrashMetrics* al mercato italiano.

Si immagini di essere interessati ad un investimento in opzioni e di essere soggetti ad un vincolo di bilancio pari a 520 euro. In particolare, in questa applicazione si considerano le opzioni scritte sull'indice di borsa Mib30 e si utilizzano dati relativi al periodo che va dal 3 novembre 1995 al 3 marzo 1998 per la quotazione di chiusura del Mib30 e per i prezzi di chiusura delle opzioni, sia *call* che *put* scritte sull'indice stesso, per i diversi *strike price*. A questo punto si assuma che la data in cui l'investitore vuole acquistare un portafoglio di opzioni con scadenza a 30 giorni sia il 7 febbraio 1998. Dopo una valutazione dei vari *strike price* riguardati le opzioni *call* e le opzioni *put* (si sono voluti evitare quegli *strike price* che conferivano alle opzioni valori troppo prossimi allo zero che, di conseguenza, costituivano portafogli il cui valore era irrisorio), si è deciso di analizzare gli otto seguenti semplici portafogli:

- Portafoglio 1: costituito dall'acquisto di 100 opzioni *call* con *strike price* alto (13,4279 euro);
- Portafoglio 2: costituito dall'acquisto di 100 opzioni *call* con *strike price* intermedio (12,1367 euro);
- Portafoglio 3: costituito dall'acquisto di 100 opzioni *call* con *strike price* basso (10,5874);
- Portafoglio 4: costituito dall'acquisto di 100 opzioni *put* con *strike price* alto (16,0102 euro);
- Portafoglio 5: costituito dall'acquisto di 100 opzioni *put* con *strike price* intermedio (15,4937 euro);
- Portafoglio 6: costituito dall'acquisto di 100 opzioni *put* con *strike price* basso (14,4608 euro);
- Portafoglio 7: costituito dall'acquisto di 100 opzioni *call* con *strike price* alto e dall'acquisto di 100 opzioni *put* con *strike price* basso;
- Portafoglio 8: costituito dalla vendita (che si assume di poter effettuare allo scoperto) di 100 opzioni *call* con *strike price* basso.

Ognuno degli otto portafogli sopra elencati rappresenta il portafoglio originale detenuto dell'investitore. Seguendo la metodologia *CrashMetrics*, per ognuno di tali portafogli è necessario individuare uno strumento derivato, in genere opzioni, che garantisca la copertura ottima. Tenendo in considerazione che opzioni *call* con *strike price* alto e opzioni *put* con *strike price* basso risultano più rischiose perché possono divenire più facilmente *out of the money*, si sono determinati in vario modo i portafogli di copertura scelti al fine di ottenere diverse situazioni:

- Portafoglio 1: copertura costituita dall'acquisto di opzioni *put* con *strike price* basso;
- Portafoglio 2: copertura costituita dall'acquisto di opzioni *put* con *strike price* intermedio;
- Portafoglio 3: copertura costituita dall'acquisto di opzioni *put* con *strike price* alto;
- Portafoglio 4: copertura costituita dalla vendita di opzioni *call* con *strike price* intermedio;
- Portafoglio 5: copertura costituita dalla vendita di opzioni *call* con *strike price* basso;
- Portafoglio 6: copertura costituita dalla vendita di opzioni *call* con *strike price* alto;
- Portafoglio 7: copertura costituita dalla vendita di opzioni *call* con *strike price* basso e dalla vendita di *put* con *strike price* alto;

- Portafoglio 8: copertura costituita dalla vendita di opzioni *put* con *strike price* basso.

La determinazione della quantità ottima di copertura per ognuno di questi portafogli richiede di disporre dei ΔS, dei Γ e dei Θ dei vari portafogli in gioco. La Tabella 4.1 riporta tali dati ottenuti utilizzando il cosiddetto *crash modelling*[13].

	Portafoglio originale			Portafoglio copertura		
	Delta	Gamma	Theta	Delta	Gamma	Theta
1	0,9994	-3,7274	0,671	-0,1562	1,9876	1,2991
2	0,9999	-4,3873	0,0147	-0,831	3,97	0,333
3	0,9946	-4,402	0	-0,9726	4,3291	0,0609
4	-0,9726	4,3291	0,0609	-0,995	-4,38	-0,196
5	-0,1562	1,9876	1,2991	-0,996	-4,4148	-0,278
6	-0,8312	3,9723	0,333	-0,758	-3,34	0
7	0,8429	-1,7382	1,9696	-0,2645	1,3609	-0,196
8	-0,9945	4,375	0	0,5022	-2,2078	-1,042

Tabella 4.1

Si noti che utilizzando un indice di mercato come bene sottostante i cosiddetti coefficienti di *crash*, unici parametri da stimare che rappresentano il legame esistente tra la variazione dell'indice di borsa e la variazione del bene sottostante, sono uguali a 1.

Il passo successivo consiste nel calcolo della *Platinum hedge.*

Nell'equazione che rappresenta la funzione da massimizzare rispetto a λ sono inseriti anche i costi di copertura, $|\lambda|C$, cioè il costo sostenuto per poter sottoscrivere il portafoglio di copertura. Tale costo deve essere calcolato considerando il *bid-offer spread*, C, moltiplicato per la quantità di beni sottoscritti, λ. Si ricorda che l'*option bid* e l'*option offer* sono il prezzo al quale un generico *market maker* di opzioni può, rispettivamente, venderle o acquistarle. Purtroppo i dati forniti dalla Borsa di Milano non indicano questi valori; per ovviare alla mancanza dei dati riguardati il *bid-offer spread*, si è assunto che queste quantità siano uguali ad una fissata percentuale del prezzo di esercizio delle opzioni. In questa applicazione si è deciso di supporre, rispettivamente, il *bid option* l'*offer option* pari al 10% e all'11% del prezzo di esercizio. Poichè l'investitore possiede un capitale iniziale di 520 euro, allora la quantità massima di opzioni di copertura da acquistare o da vendere viene determinata dividendo, rispettivamente, per il *bid* e l'*offer option* il capitale che resta dopo l'acquisto del portafoglio originale. Ad esempio, per l'acquisto del portafoglio 1

- si investe un capitale pari a 134,28 euro (quantità di opzioni × il rispettivo *bid option*, cioè 100 × 13,4279) ed il capitale residuo risulta di 385,72 euro (520-134,28);

[13] Wilmott P., "*Derivatives. The theory and practice of financial engineering*", University Edition, 1998 (capitolo 27).

- poi, dividendo il capitale residuo per il *bid option*, si ottiene la quantità massima di opzioni che si possono acquistare (266), mentre dividendo per l'*offer option* si ottiene la quantità massima di opzioni che si possono vendere (242).

Nella Tabella 4.2 vengono riportati il valore del capitale investito nel portafoglio originale e la quantità massima di portafoglio di copertura che si può vendere o acquistare per ognuno degli otto portafogli trattati.

	Capitale investito nel portafoglio originale	Massima quantità Vendibile	Massima quantità Acquistabile
1	134,28	242	266
2	121,37	234	357
3	105,87	235	259
4	160,10	269	296
5	144,61	322	354
6	154,90	247	272
7	278,89	82	91
8	158,81	227	250

Tabella 4.2

Per i portafogli considerati in questa applicazione, i valori delle quantità *a, b* e *C* sono quelli presentati nella Tabella 4.3. Dati tali valori si calcola, per ogni portafoglio considerato, $r\Pi$, cioè gli interessi che si perderebbero per non aver effettuato l'investimento in un'attività a rendimento certo, ed il valore della variazione nel peggior scenario verificabile, ΔS (Tabella 4.4).

Di seguito vengono poi riportati i grafici riguardanti l'andamento della funzione da massimizzare rispetto a λ per ognuno degli otto portafogli studiati entro il *range* stabilito in base al vincolo di bilancio dell'investitore (si veda la Tabella 4.2).

Portafoglio	*a*	*B*	*C*
1	-13,0260	0,1540	0,1446
2	-20,2280	0,1970	0,1549
3	-4,9522	0,1997	0,1601
4	14,2000	-0,2148	0,1213
5	9,8788	-0,1143	0,1059
6	-5,6408	-0,1513	0,1343
7	5,0586	0,0386	0,2660
8	19,8390	-0,1870	0,1446

Tabella 4.3

Portafoglio	$r\Pi$	ΔS	Portafoglio	$r\Pi$	ΔS
1	4	-15%	5	4	7,8%
2	5	-15%	6	5	15%
3	3	-15%	7	8	-15%
4	5	15%	8	0	-15%

Tabella 4.4

Portafoglio	Quantità ottima	Portafoglio	Quantità ottima
1	266	5	-322
2	357	6	-247
3	259	7	0
4	-269	8	-227

Tabella 4.5

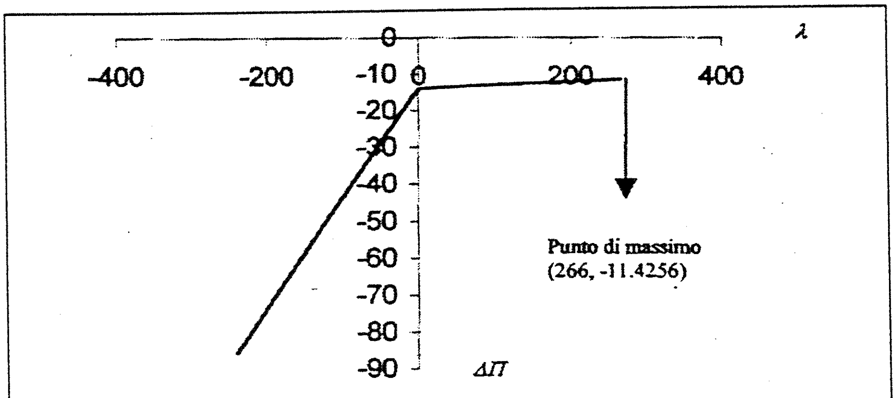
Nella Tabella 4.5 vengono riportate le quantità ottime per ognuno degli otto portafogli di copertura. Si noti il caso particolare rappresentato dal Portafoglio 7: la quantità ottima di copertura risulta zero. Infatti, il portafoglio originale subisce perdite maggiori quando si aggiunge ad esso una qualsivoglia quantità, sia positiva sia negativa, del portafoglio di copertura scelto.

Con i dati ottenuti è ora possibile valutare quali variazioni subiscono sia il portafoglio originale che quello ottimo (o coperto). A questo scopo *CrashMetrics* utilizza l'espansione in serie di Taylor troncata al secondo ordine della variazione del valore di portafoglio; in particolare, si ricorda che tale espansione relativa al portafoglio originale è

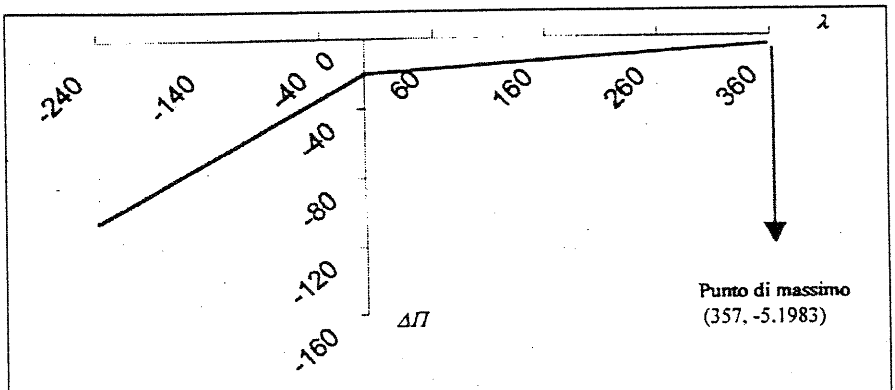
$$\Delta\Pi_{po} = (\Theta - r\Pi)\Delta t + \delta\Delta S + \frac{1}{2}\Gamma\Delta S^2,$$

mentre per quello ottimo è

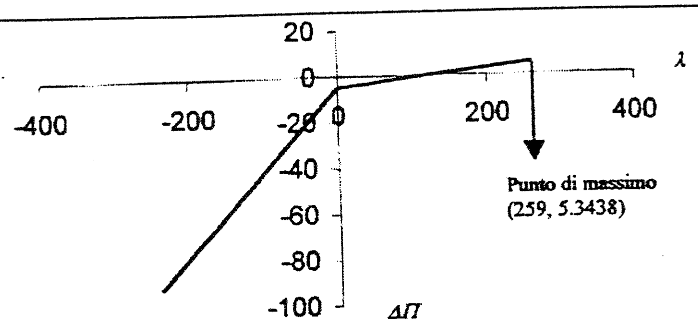
$$\Delta\Pi_{pc} = (\Theta + \lambda\Theta^* - r\Pi)\Delta t + (\delta + \lambda\delta^*)\Delta S + \frac{1}{2}(\Gamma + \lambda\Gamma^*)\Delta S^2 - |\lambda| C.$$



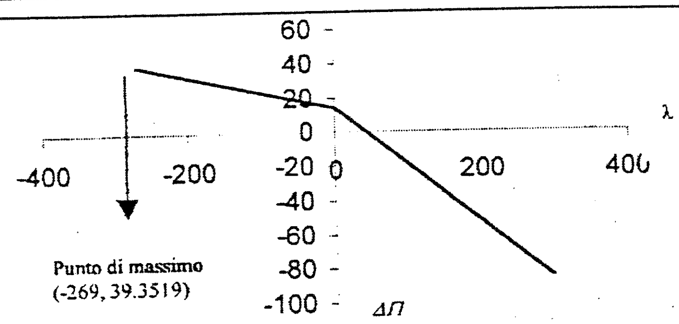
Portafoglio 1



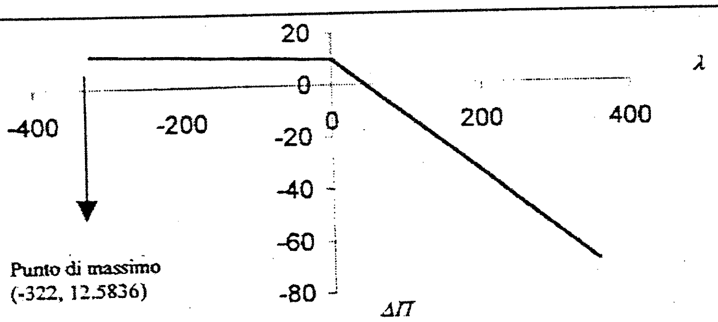
Portafoglio 2



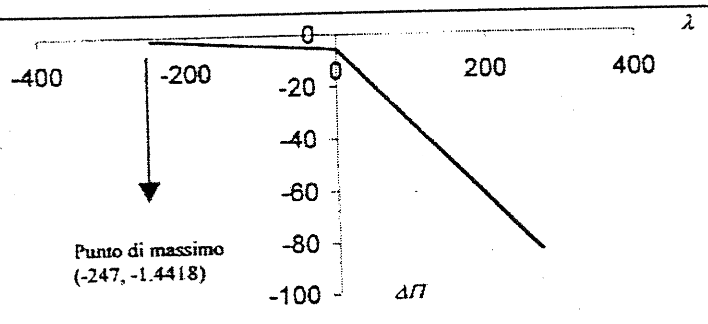
Portafoglio 3



Portafoglio 4



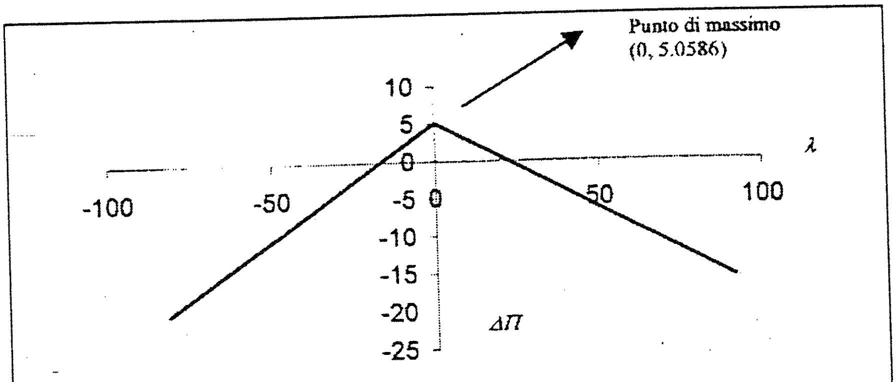
Portafoglio 5



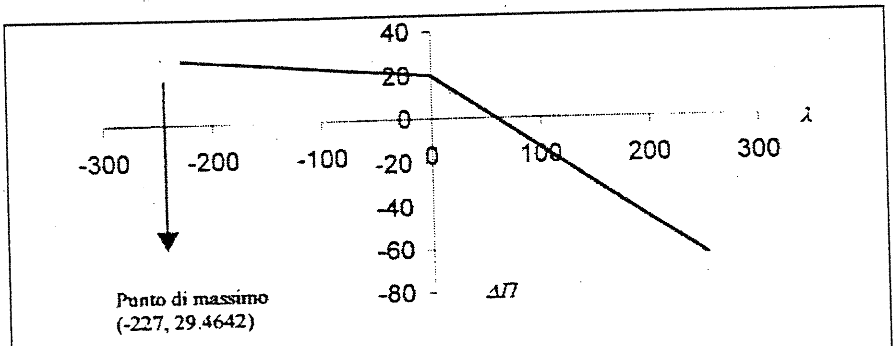
Portafoglio 6

Nella Tabella 4.6 vengono riportati i risultati ottenuti per gli otto portafogli considerati e necessari per determinare le variazioni del portafoglio originale e di quello ottimo.

Come già posto in evidenza, il Portafoglio 7 costituisce un caso particolare; infatti, la quantità ottima di copertura è pari a zero. Si è comunque voluto considerare l'andamento delle variazioni del valore del portafoglio originale a cui è stata aggiunta una piccola quantità di portafoglio di copertura (è stato considerato prima un acquisto e poi una vendita di 0,5 unità di portafoglio di copertura). I risultati ottenuti confermano, evidentemente, la teoria: le perdite subite con questa copertura sono maggiori di quelle che può subire il portafoglio originale. Il grafico relativo al Portafoglio 7 lo evidenzia.



Portafoglio 7



Portafoglio 8

	Portafoglio originale			Portafoglio di copertura			Portafoglio ottimo (o coperto)			
Port.	δ	Γ	Θ	$\lambda\delta^*$	$\lambda\Gamma^*$	$\lambda\Theta^*$	$r\Pi$	Delta totale	Gamma totale	Theta totale
1	99,944	-372,746	67,100	-41,500	528,6990	345,569	4,000	58,395	155,954	34,000
2	99,990	-438,730	1,470	-213,615	1020,8849	85,566	4,000	-113,623	582,155	7,000
3	99,456	-440,202	0,000	-251,904	1121,2380	15,7731	3,176	-152,000	681,035	1,049
4	-97,260	432,910	6,090	267,655	1178,2200	52,724	5,000	170,395	1611,130	5,000
5	-15,619	198,759	129,913	320,712	1421,5650	89,516	4,000	305,092	1620,324	18,000
6	-83,120	397,230	33,300	187,226	824,9800	0,000	5,000	104,106	1222,210	2,000
7	84,290	-173,820	196,960	0,000	0,0000	0,000	8,000	84,290	-173,820	16,000
8	99,457	-437,509	0,000	-113,993	501,1720	236,534	0,000	-14,537	63,663	20,000

Tabella 4.6

		Variazioni percentuali dell'indice MIB30										
		-0,15	-0,12	-0,09	-0,06	-0,03	0,00	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15
Graf. 4.6 Port.1	$\Delta\Pi_{po}$	-11,42	-10,29	-9,03	-7,63	-6,09	-4,41	-2,59	-0,63	1,48	3,72	6,10
	$\Delta\Pi_{pc}$	-13,93	-9,42	-5,25	-1,41	2,09	5,26	8,09	10,58	12,74	14,57	16,05
Graf. 4.7 Port. 2	$\Delta\Pi_{po}$	-9,27	-15,03	-20,28	-24,99	-29,19	-32,86	-36,01	-38,63	-40,73	-42,30	-43,35
	$\Delta\Pi_{pc}$	-20,12	-15,34	-10,96	-6,97	-3,38	-0,18	2,62	5,03	7,04	8,66	9,88
Graf. 4.8 Port. 3	$\Delta\Pi_{po}$	-9,89	-17,22	-23,94	-30,04	-35,54	-40,42	-44,68	-48,34	-51,38	-53,81	-55,62
	$\Delta\Pi_{pc}$	-20,14	-15,37	-11,00	-7,02	-3,45	-0,26	2,52	4,91	6,90	8,50	9,70

Portaf. 4	$\Delta\Pi_{po}$	-35,56	-36,98	-36,94	-35,45	-32,52	-28,13	-22,29	-15,01	-6,27	3,92	15,56
	$\Delta\Pi_{pc}$	19,57	14,90	10,61	6,72	3,22	0,11	-2,62	-4,95	-6,89	-8,45	-9,61
Portaf. 5	$\Delta\Pi_{po}$	-43,71	-41,12	-37,07	-31,56	-24,60	-16,18	-6,29	5,05	17,85	32,10	47,82
	$\Delta\Pi_{pc}$	15,04	13,77	12,68	11,76	11,02	10,46	10,09	9,89	9,86	10,02	10,36
Portaf. 6	$\Delta\Pi_{po}$	-32,65	-34,48	-35,20	-34,83	-33,36	-30,78	-27,11	-22,34	-16,46	-9,49	-1,42
	$\Delta\Pi_{pc}$	19,32	15,19	11,44	8,06	5,03	2,35	0,04	-1,92	-3,52	-4,76	-5,64
Portaf. 7	$\Delta\Pi_{po}$	1,00	4,23	7,30	10,21	12,97	15,57	18,02	20,31	22,45	24,43	26,25
	$\Delta\Pi_{pc}$	1,12	4,35	7,43	10,35	13,11	15,72	18,17	20,46	22,60	24,58	26,40
Portaf. 8	$\Delta\Pi_{po}$	-10,09	-10,79	-11,43	-12,00	-12,53	-12,99	-13,40	-13,75	-14,04	-14,28	-14,46
	$\Delta\Pi_{pc}$	-19,44	-14,69	-10,33	-6,36	-2,78	0,40	3,18	5,58	7,58	9,18	10,39

Tabella 4.7

Infine, nell'**Appendice** si presentano otto grafici in cui si riportano gli andamenti sia del portafoglio originale, $\Delta\Pi_{po}$, sia portafoglio ottimo, $\Delta\Pi_{pc}$, al variare del valore dell'indice Mib30; in quei grafici la linea tratteggiata indica il valore del portafoglio ottimo e la linea continua il valore del portafoglio originale. Tali variazioni sono anche tabulate nella Tabella 4.7.

L'applicazione effettuata su più portafogli costituiti da opzioni sull'indice di borsa italiano Mib30 ha dato risultati che permettono di tutelarsi contro il rischio di *crash*. Analizzando i grafici riguardanti il confronto tra gli andamenti dei valori dei portafogli originali e di quelli ottimi, si nota che per la variazione percentuale dell'attività sottostante che determina la maggior variazione negativa del valore del portafoglio originale, il valore delle variazioni del portafoglio ottimo presentano il punto di massima variazione positiva. Ad esempio, nel primo Portafoglio considerato, il peggior scenario per il portafoglio originale (-13,93 euro) si ha quando l'indice Mib30 subisce una variazione di -0.15. Per la stessa variazione dell'indice il portafoglio ottimo presenta una variazione inferiore (-11,42 euro). L'obiettivo perseguito è stato raggiunto; infatti, è stata ridotta la perdita subita nel caso di *crash* grazie alla copertura ottima scelta, anche se, al contempo, si è peggiorata la situazione per qualsiasi altra variazione dell'indice, poiché già per una variazione dell'indice pari a -0,12 il portafoglio originale subisce una perdita inferiore (-9,42) rispetto al portafoglio ottimo (-10,29). Per variazioni negative via via crescenti risulta sempre più conveniente il portafoglio originale. Casi ancora più particolari sono costituiti dai Portafogli 2 e 3; qui la perdita in caso di *crash* (ΔS = -0,15) viene notevolmente ridotta dal portafoglio ottimo; ad esempio, nel Portafoglio 2 si passa da una variazione pari a –20,12 del portafoglio originale ad una variazione pari a –9,27 del portafoglio ottimo ma, all'aumentare del valore dell'indice, le perdite del portafoglio ottimo aumentano sempre di più; nel caso limite in cui ΔS = 0,15 il portafoglio originale garantisce un guadagno pari a 9,88 e il portafoglio ottimo una perdita pari a –43,35 addirittura peggiore (e non di poco) alla perdita che subisce il portafoglio originale nel peggior caso possibile! Una situazione simile si verifica per il Portafoglio 4; l'unica differenza è che il peggior scenario si presenta per una variazione positiva dell'indice pari a 0,15; in questo caso la copertura garantisce addirittura un profitto (15,56) quando il portafoglio originale subisce un *crash* pari a –9,61, ma tali profitti si riducono sempre più, fino a diventare perdite elevate al diminuire del valore dell'indice. Il Portafoglio 5 ha la particolare caratteristica di presentare il peggior scenario possibile per una percentuale interna (0,078) all'intervallo entro cui si è stabilito di far variare l'indice; inoltre, il portafoglio originale non presenta mai variazioni negative ma solo variazioni positive più o meno elevate. In questo caso il portafoglio ottimo garantisce profitti maggiori per variazioni dell'indice maggiori e uguali a 0,078 ma perdite negli altri casi. Ancora, il grafico relativo al Portafoglio 7 serve a testimoniare che la copertura ottima è pari a zero; infatti, sia per l'acquisto sia per la vendita di quantità anche molto limitate del portafoglio di copertura, le variazioni che il portafoglio ottimo subisce, per qualsiasi variazione del valore dell'attività sottostante, sono sempre peggiori a quelle del portafoglio originale che, comunque, garantisce profitti crescenti. Infine, il Portafoglio ottimo 8 subisce variazioni più o meno costanti al variare del valore dell'indice. Si ottiene una situazione migliore per variazioni negative elevate, ma poi risulta ancora più conveniente il portafoglio originale.

6 Conclusioni

L'applicazione presentata fa pensare che la metodologia *CrashMetrics* sia vantaggiosamente applicabile solamente nel caso in cui l'investitore preveda che l'oggetto finanziario di riferimento (nello specifico: l'indice Mib30) subirà una variazione elevata da far temere il *crash*. Altrimenti si rischierebbe di subire inutilmente perdite, pressoché assicurate dai risultati ottenuti in qualsiasi caso non di *crash*.

In particolare, poiché il mercato italiano presenta una certa stabilità, l'indice Mib30 non subisce *crash* con molta frequenza e, comunque, non sono mai così elevati come quelli che, ad esempio, hanno colpito negli ultimi anni i Paesi del Sud-Est asiatico e dell'America Latina. In particolare, è in questi Paesi che gli Investitori specializzati potrebbero trovare in *CrashMetrics* un utile strumento di valutazione e tutela del rischio dato il verificarsi di frequenti condizioni estreme di mercato. Inoltre, i portafogli considerati nella sezione **5** di questo lavoro sono molto semplici e, quindi, le perdite che l'investitore può subire sull'investimento iniziale, oltre ad essere relativamente limitate nel loro ammontare, si verificano solo per un'elevata variazione del valore dell'indice. Ma, in generale, i portafogli reali sono composti da più attività finanziarie, ognuna con caratteristiche anche molto diverse da quelle degli altri e che inoltre possono non fare riferimento alla stessa attività sottostante; addirittura, si potrebbero considerare titoli influenzati dall'andamento di più indici di mercato. Pertanto, se si complicano i portafogli analizzati, il rischio e, di conseguenza, le perdite verificabili possono aumentare richiedendo maggiore attenzione alla tutela dei propri interessi economici. Ad esempio, ci si potrebbe trovare in una situazione in cui una elevata variazione del valore dell'attività sottostante porti comunque a perdite considerevoli; allora il portafoglio ottimo dovrebbe garantire risultati migliori in entrambe le condizioni estreme.

In ogni caso, non si dimentichi che i risultati dipendono anche dal tipo di strumenti scelti per effettuare la copertura. L'investitore dovrà valutare attentamente quelli che il mercato offre; dovrà scegliere quelli più efficienti che garantiscono il miglior risultato al minor costo possibile (si sa, infatti, che i costi di copertura hanno un'influenza negativa sulle variazioni del portafoglio ottimo). Quindi, si richiede una certa esperienza e abilità da parte dell'utilizzatore del modello che dovrà anche avere una certa capacità di prevedere l'andamento futuro del mercato, qualità che dovranno essere sempre migliori per portafogli originali sempre più complessi, magari costituiti da attività che sono legate all'andamento di più indici. In questo caso, infatti, i fattori di rischio aumentano e trovare la copertura adatta diventa progressivamente più difficile.

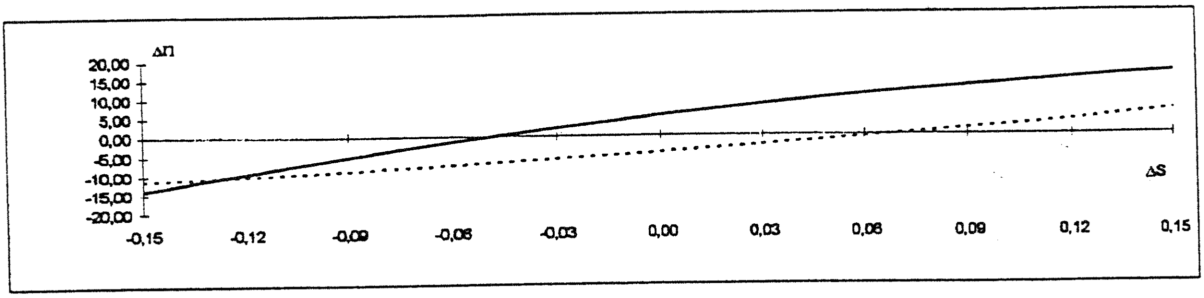
Quindi, la nuova metodologia di tipo VaR qui considerata permette di tutelarsi in condizioni estreme di mercato e supera alcuni limiti legati ai tradizionali metodi del calcolo del VaR, ma tali risultati sottostanno ad un oculato studio degli strumenti finanziari disponibili e delle condizioni di mercato da parte dell'utilizzatore del modello.

Bibliografia

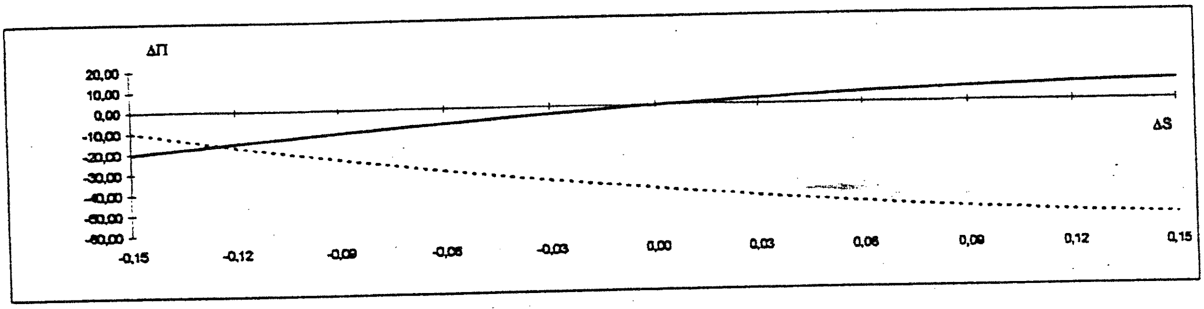
- Beder T., "*VaR seductive but dangerous*", Financial Analysts Journal, 51, September-October 1995.
- Best P., "*Implementing Value at Risk*", John Wiley & Sons, 1996.
- Boudoukh J., Richardson M. e Whitelaw R.F., "*Investigation of a class of volatility estimators*", The Journal of Derivates, 1997.
- Butler J.S. e Schachter B., "*Improving VaR estimes by combining kernel estimation with historical simulation*", mimeo, 1996.
- Dowd K., "*Beyond Value at Risk. The new science of risk management*", John Wiley & Sons, 1998.
- Duffie P. e Pan J., "*An overview to Value at Risk*", The Journal of Derivates, 4, spring 1994.
- Fama E.F., "*Foundation of finance: portfolio decision and securites prices*", Oxford-Basil Blackwell, 1977.
- Hendricks D., "*Evaluation of VaR models using historical data*", Economic Policy Review, April 1996.
- Hopper G.P., "*A new metodology for measuring portfolio risk*", Pubblications Desk of the Philadelphia Fed, 1996.
- Jorion P., "*Value at Risk: the new benchmark for controlling market risk*", IRWIN,1997.

- Ju X. e Pearson N.D., "*Using VaR to control risk taking: how wrong can you be?*", OFOR Paper Number 98-08, October 1998.
- Linsmeier T.J. e Pearson N.D., "*Risk measurement: an introduction to Value at Risk*", University of Illinois at Urbana-Champain, July 1996.
- Wilmott P. and Hua P., "*CrashMetrics. Margin calls and margin hedging*", Technical Report 2 scaricabile dal sito *web* "http://www.cix.co.uk/~mathmax/cm/", April 1999.
- Wilmott P. e Hua P., "*CrashMetrics. Worst-case. Scenarios and Platinum hedging*", Technical Report 1 scaricabile dal sito *web* "http://www.cix.co.uk/~mathmax/cm/", March 1998.
- Wilmott P., "*Derivatives. The theory and practice of financial engineering*", University Edition, 1998.
- Wilson T., "*Debunking the myths*", Risk 7, April 1994.

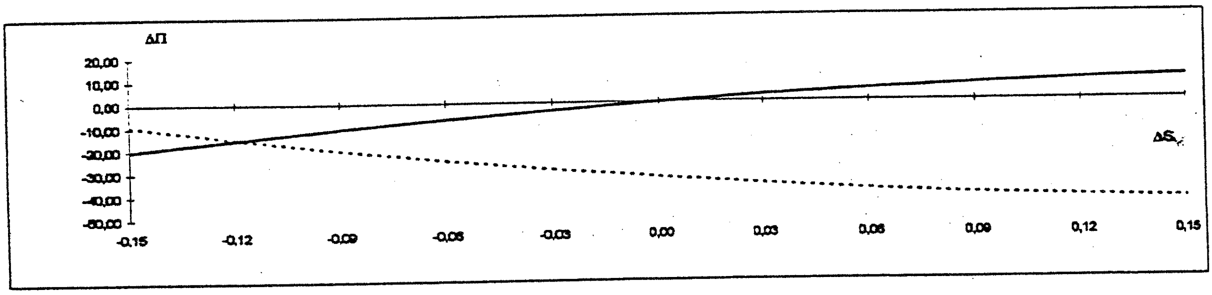
Appendice



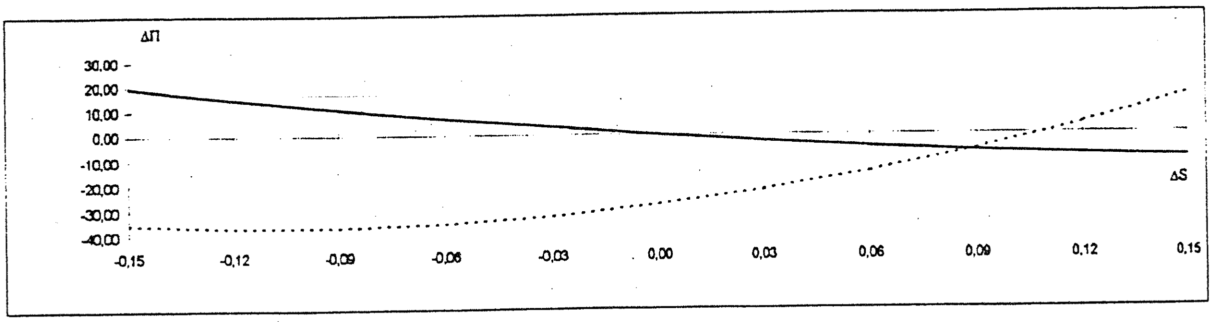
Portafoglio 1



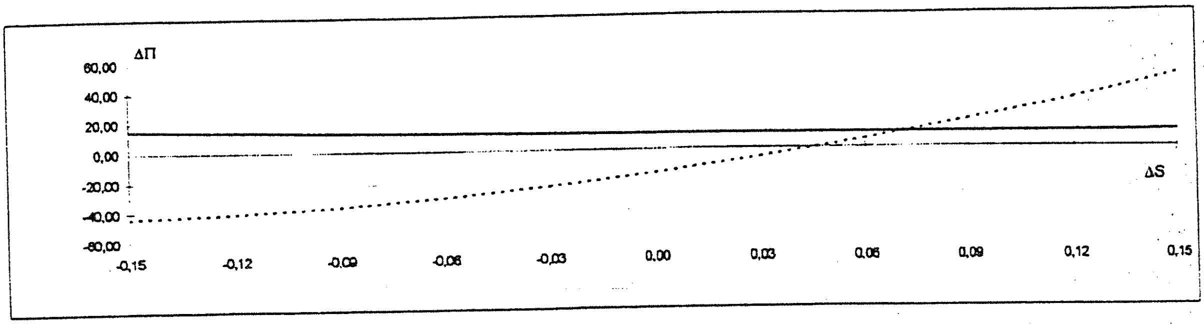
Portafoglio 2



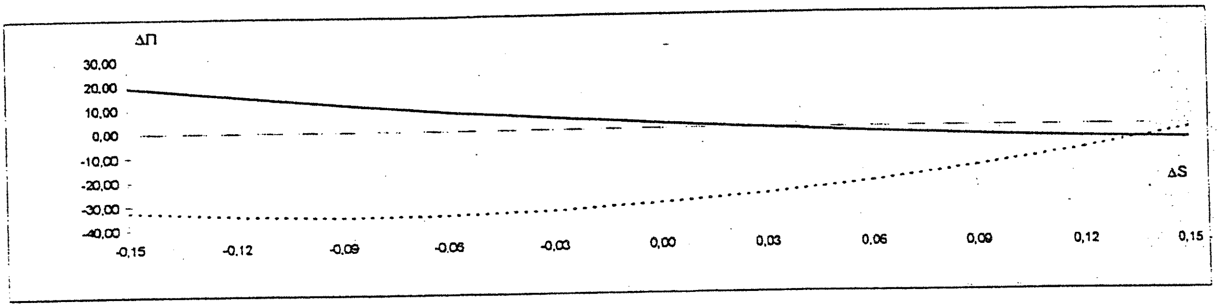
Portafoglio 3



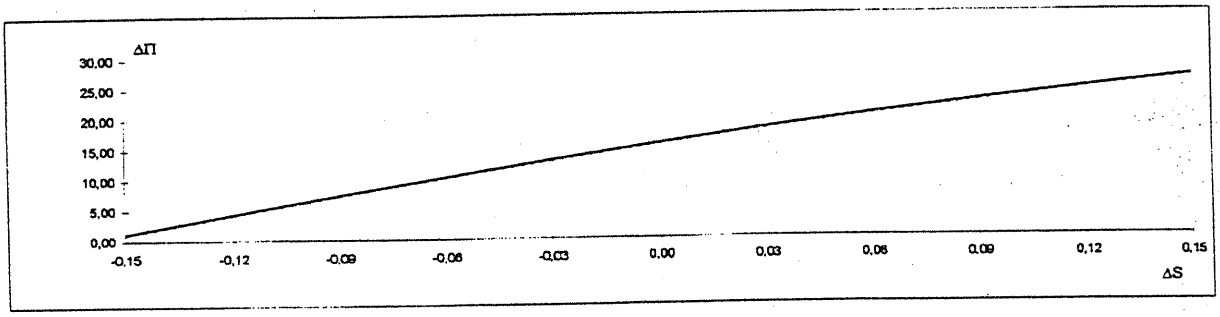
Portafoglio 4



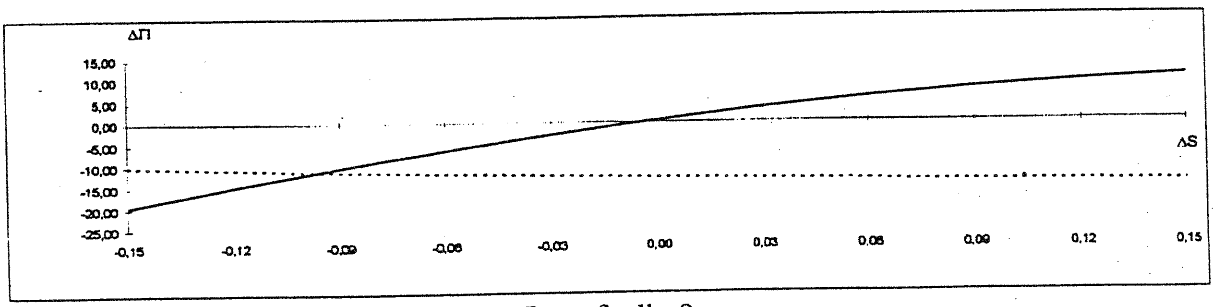
Portafoglio 5



Portafoglio 6



Portafoglio 7



Portafoglio 8

91/2001 M.Corazza, A.Perrone
Simulating Fractal Financial Markets

92/2001 M. Corazza, F. Tegon
La gestione del rischio di tasso nelle compagnie assicurative vita

93/2001 Paolo Pellizzari
Static Hedging and Princing Multivariate Derivatives :a Simulation Study

94/2001 L.Bisetto, D.Favaretto, F.Mason, P.Rosi
Sulla localizzazione di servizi di emergenza.

95/2001 A.Buratto, D.Favaretto,
Optimal communication mix to maximize brand image

96/2001 D.Favaretto, B.Viscolani
A general model for the marketing of seasonal products

97/2001 G. Castellani
Il contributo della matematica allo sviluppo delle scienze economiche

98/2001 a cura di G. Castellani e F. Giannessi
Studi e ricerche di M. Volpato nel campo della programmazione matematica.

99/2001 I.Bykadorov, A.Ellero, E.Moretti
A model for the marketing of a seasonal product with different goodwills for consumer and retailer

100/2001 I.Bykadorov, A.Ellero, E.Moretti
A linear optimal control model for multi-segment marketing

101/2001 M.Cardin, P.Ferretti
On multivariate m-concordance.

102/2001 M.Billio, M.Corazza, M. Gobbo
Reti neurali e modelli *Switching regime* per la valutazione di opzioni finanziarie