

Guido Gambetta e Domenico Sartore

Il concetto di causalità in econometria

1. *Introduzione*

Pochi autori, all'interno delle loro indagini econometriche, hanno dedicato spazio a una riflessione attenta sul problema della causalità e sui suoi rapporti con la costruzione e l'uso dei modelli, attività queste che costituiscono il nucleo principale del lavoro degli econometrici. Due autori, in particolare, fra gli anni '50 e '60 sono intervenuti in modo attento nel dibattito fra gli epistemologi sulla causalità: H.A. Simon e H.O. Wold. Non si vuole con questo negare l'importanza di altri contributi¹, ma semplicemente riconoscere a questi studiosi di aver elaborato una visione piuttosto completa sull'argomento e, in alcuni casi, anche con sorprendenti intuizioni rispetto a successivi sviluppi.

In anni più recenti C.W. Granger e C.A. Sims hanno riaperto il dibattito sulla causalità con contenuti che mostrano ancora una volta l'attualità delle ricerche econometriche rispetto allo sviluppo delle riflessioni più generali sulle categorie scientifiche.

Nei prossimi paragrafi analizzeremo in modo critico le posizioni di tutti questi autori con una particolare attenzione agli sviluppi più recenti del concetto di causalità probabilistica.

2. *Causalità e costruzione dei modelli*

Il primo dibattito, all'interno dell'econometria, sul concetto di causalità ha preso lo spunto dal tentativo, a quel tempo non condi-

¹ Vedi, per esempio, i lavori di Orcutt (1952), Strotz (1960), Basmann (1965).

viso da tutti gli economisti, di quantificare le relazioni economiche e di sottoporle a verifica empirica. Costruire un modello significava allora (e, per molti, ancora oggi) formalizzare, semplificandola ove necessario, una teoria economica che si proponesse di descrivere fatti osservabili. La struttura del modello riflette, in tal caso, la struttura della teoria o, in altre parole, il modello può essere interpretato come il calcolo della teoria.

Dal punto di vista metodologico, il punto più interessante riguardava la distinzione fra modelli "recursivi" e modelli "interdipendenti", che è stata letta come il tentativo di formalizzare due teorie economiche alternative, rispettivamente quella Keynesiana e quella neoclassica.² Consideriamo per semplicità, un modello lineare nella sua forma strutturale

$$y = Ay + Bx + u$$

- dove
- A è una matrice n, n di parametri incogniti
 - B è una matrice n, m di parametri incogniti
 - y è un vettore $n, 1$ di variabili casuali osservabili
 - x è un vettore $m, 1$ di variabili non casuali
 - u è un vettore $n, 1$ di variabili casuali non osservabili

che descrive un insieme di relazioni di comportamento di operatori economici. Tale modello viene detto "recursivo" se la matrice A è triangolare e se valgono le seguenti ipotesi sui momenti primi e secondi delle variabili contenute nel vettore u:

- a. $E(u_i) = 0$ $i = 1, \dots, n$
- b. $E(u_i^2) = \sigma_i^2$ $i = 1, \dots, n$
- c. $E(u_i u_j) = 0$ $i \neq j$

dove σ_i^2 sono costanti positive di valore finito. In caso contrario il modello viene detto "interdipendente".

In un modello "recursivo" è possibile costruire una gerarchia

² La tesi è sostenuta da Pasinetti (1966). Per i riferimenti bibliografici riguardanti alcuni appunti critici sul lavoro di Pasinetti, rimandiamo all'articolo di Zamagni su questa antologia.

fra le equazioni del modello che, letta dall'alto verso il basso, va nello stesso senso dell'ordinamento causale delle variabili se la matrice A è triangolare inferiore. Così, nello schema di Simon (1953), i nessi di causalità vanno, in prima istanza, dalle variabili esogene (contenute nel vettore x) a quelle endogene (contenute nel vettore y). Per quanto riguarda i nessi fra queste ultime, potremo definire un ordinamento causale se le relazioni del modello possono essere ordinate in modo tale che ogni successiva relazione contenga soltanto una variabile endogena aggiuntiva rispetto a quella precedente, cioè se il modello è strettamente "recursivo".

In un modello lineare l'assenza di una variabile endogena in una data relazione corrisponde a un valore zero del corrispondente elemento della matrice A : ne risulta che il concetto di ordinamento causale è collegato con quello di identificazione econometrica.³ E' la teoria economica che fornisce la distinzione fra variabili endogene ed esogene e l'informazione relativa a quali variabili entrano in ogni relazione. Se questi "vincoli a priori" permettono di distinguere ciascuna equazione da una combinazione lineare di tutte le altre (cioè se il modello è identificato) è possibile analizzare e riconoscere la natura del modello e procedere alla sua stima.

Gli econometrici sono interessati alla distinzione fra i due tipi di modelli per poter scegliere il metodo di stima appropriato che, nel caso di modelli interdipendenti, non può essere quello, classico, dei minimi quadrati.⁴ Fino a non molti anni fa, l'attenzione si concentrava così, quasi esclusivamente, sulla costruzione dei modelli e sui suoi riflessi teorici e statistici; il momento della loro utilizzazione, sia per scopi esplicativi che previsivi non sollevava particolari preoccupazioni, ma veniva considerato un *by product* della descrizione quantitativa ottenuta.

Tale uso prevalentemente tecnico che è stato fatto del concetto di ordinamento causale (o di catena causale nella terminologia di Wold (1963)) ha fatto spesso ritenere che in econometria il con-

³ Per il concetto tradizionale di identificazione in econometria il riferimento obbligato è il volume di Fisher (1966).

⁴ I primi contributi sui metodi di stima dei parametri di modelli interdipendenti sono contenuti in due volumi a cura, rispettivamente, di Koopmans (1950) e di Hood e Koopmans (1953).

cetto di causalità fosse confinato a una relazione logica esistente fra le variabili di un modello.⁵ In realtà le posizioni di Simon e di Wold erano più complesse e sostenevano, correttamente, che lo studio e la determinazione delle relazioni causali riguardano più propriamente il momento della utilizzazione del modello e dei suoi rapporti con la realtà osservata.

3. *Causalità e utilizzazione dei modelli*

Recentemente, una serie di contributi di alcuni economisti⁶ ha costretto gli econometrici a riflettere con maggiore attenzione sui rapporti fra la struttura dei modelli e l'utilizzazione alla quale tali modelli sono destinati. Una conseguenza immediata è stata la riproposta, in termini più rigorosi, della tradizionale distinzione fra modelli puramente previsivi e modelli esplicativi, mediante i quali poter condurre, fra l'altro, esperimenti di simulazione per decidere i meriti relativi di interventi (alternativi) di politica economica. Ai modelli econometrici specificati nel modo tradizionale si riconosce ancora la capacità di fornire previsioni, ma si nega che siano in grado di discriminare fra ipotesi controfattuali, quando cioè si cerca di valutare le conseguenze di interventi che, in realtà, non si sono verificati. La simulazione di un esperimento di politica economica richiede di effettuare una serie di modifiche all'interno del modello che sono strettamente legate ai nessi causali che sussistono fra variabili strumento e variabili obiettivo. Ora qual'è la nozione di causalità appropriata in tali situazioni? Gli autori citati nel paragrafo precedente avevano già abbozzato alcune risposte a questo problema.

Wold, per esempio, partiva da una critica serrata a una posizione fuorviante in questo caso, secondo la quale la causazione può es-

⁵ Per una recente esposizione, molto riduttiva, delle concezioni di Simon e di Wold, vedi Zellner (1979).

⁶ Anche questa volta dietro alla disputa sui modelli econometrici stanno le due opposte visioni della realtà economica: la teoria Keynesiana da un lato e quella neoclassica dall'altro. Per una lucida esposizione della versione attuale di tale controversia, vedi Spaventa (1982).

sere definita come prevedibilità secondo una legge.⁷ L'autore, invece, fonda la relazione di causa-effetto su una nozione di esperimento, del tipo stimolo-risposta, ampliata fino a comprendere esperimenti fittizi nel caso di situazioni non sperimentabili, come sono appunto quelle tipiche dell'economia. La distinzione con i casi sperimentali viene mantenuta facendo ricorso a differenti tecniche di stima e di verifica di ipotesi.

Wold considera una relazione ipotetica del tipo

$$y = f(x) + u$$

per la quale il previsore di y può essere definito tramite il suo valore atteso condizionale

$$E(y | x) = f(x)$$

Ora, una relazione di causa-effetto richiede che in più si specifichino le condizioni *ceteris-paribus* (*c.p.*) sotto le quali a una certa variazione di x , Δx , si ottiene una variazione di y , Δy . Tale relazione viene così formalizzata

$$E(\Delta y | c.p. x \uparrow \Delta) = \Delta f(x)$$

dove $x \uparrow \Delta$ significa "x varia da x a $x + \Delta x$ ".

Le relazioni funzionali specificate forniscono così una base logica a cui la teoria economica aggiunge le condizioni in cui un intervento sulle variabili strumento dovrebbe permettere di ottenere un certo risultato sulle variabili obiettivo⁸.

⁷ Vedi Wold (1969) per l'esposizione più completa di questa posizione. Appare molto strano che recentemente Zellner (1979) abbia riproposto questa definizione che viene fatta risalire a Herschel (1831) e poi a Feigl (1953). Una critica molto convincente a questa posizione si può trovare in Bunge (1979) pp. 326-330.

⁸ In un certo senso tali concetti possono essere fatti risalire a una teoria manipolativa della causa. Per un contributo in campo econometrico, vedi Orcutt (1952) mentre per un'analisi più ampia collegata ai concetti di azione e di intenzionalità vedi von Wright (1977). Per alcuni rilievi critici a tale posizione vedi Pizzi (1983).

La preoccupazione di chiarire l'uso che si fa dei valori attesi condizionali per l'esplicazione delle relazioni causali e di distinguerle da relazioni puramente previsive è sempre presente in Wold. Nel prossimo paragrafo analizzeremo i contributi più recenti a tale proposito. Qui vale la pena osservare che, secondo la linea più tardi seguita da Granger, Wold sostiene che la stretta analogia esistente nell'uso operativo delle relazioni causali e previsive⁹ può suggerire di assumere le seconde come 'indicatori' delle prime.

La difficoltà principale riguarda qui la necessità dell'abbandono delle condizioni *ceteris paribus* quando si presenta in una serie storica una "innovazione" rispetto ai valori sperimentati in passato o quando si è di fronte a una inversione fra variabili strumento e variabili obiettivo.¹⁰

La risposta alla difficoltà menzionata fa riferimento in qualche modo all'esigenza che esista una parte del modello che sia invariante rispetto alle variazioni imposte da tali "novità".¹¹ Tali problemi sono particolarmente rilevanti, secondo Wold, per i modelli interdipendenti la cui forma strutturale non permette una interpretazione immediata in termini di nessi causali. Per poter ristabilire una interpretazione causale l'autore propone di riformulare tali modelli nel modo seguente:

$$\begin{aligned} M : y &= Ay^* + Bx + u \\ y^* &= E(y | M) \end{aligned}$$

che presenta una sorprendente analogia formale con le attuali formulazioni econometriche dei modelli di aspettative razionali, che hanno tra l'altro lo scopo di ottenere proprio quel risultato.¹²

L'esigenza di una ridefinizione del concetto di forma strutturale di un modello in modo da poter trovare relazioni causali in con-

⁹ In generale una relazione causale viene sempre considerata una relazione previsiva, ma non viceversa.

¹⁰ Vedi Wold (1969), pp. 454 e 466-67.

¹¹ Lo stesso concetto è espresso da Sargent (1977). Per un'analisi precedente vedi la nozione di 'structural permanence' in Dagum (1969).

¹² Vedi Wallis (1980). Sulla stessa posizione di Wold, vedi anche Fisher (1969) pp. 495-96.

comitanza a ipotesi controfattuali è stata recentemente avvertita da Sims (1977) e da Geweke (1980), che hanno cercato di generalizzare le originali definizioni di ordinamento causale di Simon. In breve, un modello fra le cui variabili esiste un certo ordinamento causale è anche un modello "strutturale" se quell'ordinamento è verificato nella realtà ed è invariante a modifiche nei processi stocastici sottostanti alle variabili "esogene",¹³ modifiche che sono fra quelle necessarie per simulare interventi di politica economica.

In precedenza anche lo stesso Simon¹⁴ aveva tentato di utilizzare il suo concetto di ordinamento causale per il trattamento di condizionali controfattuali del tipo "se il raccolto di grano fosse stato più scarso l'anno scorso, il suo prezzo sarebbe stato più alto", strettamente analoghi a quelli da noi menzionati.

L'autore parte dalla considerazione che l'ipotesi espressa nella protasi del condizionale, essendo contraria alla realtà, rende collettivamente inconsistenti le equazioni del modello. Così la nuova situazione ipotizzata non soddisfa più l'intero insieme di equazioni, ma a volte ne può soddisfare un suo sottoinsieme.¹⁵ Come scegliere allora le equazioni da eliminare per ristabilire la consistenza in presenza della nuova ipotesi? Simon, nel suo lavoro con Rescher, mostra che in alcuni casi il problema può essere risolto eliminando, fra le equazioni interessate, quelle che stanno più in alto nella scala gerarchica ottenuta utilizzando il suo concetto di ordinamento causale.¹⁶

Come abbiamo visto, tutti gli autori citati hanno sempre distinto fra piano epistemologico e piano ontologico, fra le relazioni di causa-effetto descritte nel modello e le corrispondenti relazioni esi-

¹³ Qui si riconosce, implicitamente, che anche le variabili esogene possono essere variabili casuali e che, pertanto, la definizione di ordinamento causale deve essere modificata rispetto a quella originale di Simon. Per le proprietà formali di tale tipo di ordinamento vedi il prossimo paragrafo.

¹⁴ Vedi Simon (1952) e, soprattutto, Simon e Rescher (1966).

¹⁵ Lucas (1966) tratta il caso differente in cui la nuova situazione ipotizzata non comporta l'eliminazione di alcune equazioni, ma piuttosto una loro modifica. Questi problemi sono molto dibattuti nell'ambito della logica del ragionamento controfattuale. Per una rassegna delle varie posizioni, vedi Pizzi (1978).

¹⁶ Vedi il paragrafo precedente.

stenti nella realtà¹⁷ e hanno cercato di collegare tale distinzione ai concetti basati sulle condizioni di identificazione dei modelli.¹⁸ Un punto che caratterizza, invece, gli sviluppi più recenti è l'esplicito riconoscimento della natura stocastica dei modelli e la corrispondente necessità di definire l'ordinamento causale tenendo conto del fatto che tutte le variabili del modello, anche quelle definite come "esogene", devono essere trattate come variabili casuali.

4. *Causalità e probabilità condizionale*

Il tipo di ordinamento causale, fra le variabili di un modello, utilizzato da Sims fa esplicito riferimento al concetto di probabilità condizionale. Il merito di aver rinnovato l'interesse in econometria per questo concetto di ordinamento spetta a C.W. Granger, anche se i suoi fondamenti possono essere fatti risalire, da un punto di vista filosofico, a Suppes.¹⁹ Tale ordinamento causale viene definito, in prima istanza, come un concetto puramente logico. Tutte le entità rientranti nella definizione e, più in generale, nella teoria costruita su di essa, fanno riferimento all'approccio assiomatico della teoria della probabilità, sviluppato da A.N. Kolmogorov²⁰.

¹⁷ Vedi, in particolare, la risposta di Simon (1955) ed una nota del lavoro di Wold (1954), che può essere considerato, per molti aspetti, pionieristico rispetto ai successivi sviluppi sul concetto di causalità.

¹⁸ In particolare, per Simon (1955) una relazione causale è verificabile nel mondo reale solo se il modello è sovraidentificato, cioè se il numero dei vincoli imposti sul modello è superiore a quello strettamente necessario per l'identificazione. Una affermazione simile si può trovare in Geweke (1980) riferita alla possibilità di verificare l'esogeneità di una variabile. Per l'affinità fra i concetti qui trattati di causalità ed esogeneità rimandiamo ai lavori di Engle, Hendry e Richard (1982) e Sartore (1981).

¹⁹ Per un'analisi esplicita delle relazioni fra la definizione di Granger (1980) e quella di Suppes (1970), nonché per il legame fra queste e l'analisi controfattuale della causalità, vedi l'articolo di W. Spohn su questa antologia. E' opportuno sottolineare che l'approccio di Granger non va confuso, come fa invece Geweke (1980), con quello di Feigl (vedi anche la nota 7).

²⁰ Vedi Kolmogorov (1933). Come è noto la teoria assiomatica della probabilità può essere concepita come applicazione della teoria della misura. Si può dare una versione estremamente generale e astratta di questa teoria, riferendola a ogni misura additiva numerabile su un qualsiasi insieme, prescin-

In generale conviene condurre l'analisi in termini del concetto complementare di non-causalità per alcune importanti ragioni. La prima è che, date due variabili casuali Y e X , la condizione che Y non causa X può essere collegata alla condizione che X sia esogena in un modello. Ciò si ricollega al problema della verifica dell'esistenza di relazioni causali: in realtà i test statistici utilizzati, detti anche test di esogeneità, sono verifiche dell'ipotesi che Y non causa X , contro una ipotesi alternativa che non specifica la direzione di causalità.²¹ Una seconda ragione è che l'utilizzazione del concetto di non causalità permette di far riferimento ad un altro concetto fondamentale della teoria della probabilità: l'indipendenza condizionale.²²

Siano, ora, X , Y e Z tre variabili casuali (v.c.) e si indichi con $p(x, y, z)$, $p(x)$, $p(x, y/z)$ rispettivamente le funzioni di densità congiunte di (X, Y, Z) , la densità marginale di X , e la distribuzione di densità congiunta di X e Y . Si scriva $X \perp\!\!\!\perp Y/Z$ per indicare che X e Y sono indipendenti nella loro distribuzione congiunta dato $Z = z$, per ogni valore di z . Questa proprietà ha come espressioni equivalenti in termini di funzioni di densità²³:

dendo quindi dalla particolare geometria della retta reale, del piano o di qualsiasi altra figura dello spazio soggiacente.

²¹ Vedi, per una rassegna, l'articolo di Hsiao (1979).

²² La teoria della probabilità definisce l'indipendenza condizionale utilizzando in modo opportuno le nozioni di *valore atteso condizionale* e di *probabilità condizionale*. Anche se la prima contiene come caso particolare la seconda, per comodità di esposizione, si farà riferimento solo al concetto di probabilità condizionale. Per le definizioni rigorose di entrambi i concetti, si veda Chow e Teicher (1978).

²³ In questa impostazione si è parzialmente seguito Dawid (1979) omettendo però di fornire due ulteriori espressioni per l'indipendenza condizionale, date in termini di funzioni di densità ed equivalenti alla 1) e 2), quali:

$$1 \text{ bis) } p(x, y/z) = a(x, z) b(y, z)$$

$$2 \text{ bis) } p(x/y, z) = a(x, z)$$

Queste espressioni sottolineano la possibilità di esprimere la fattorizzazione di $p(x, y/z)$ e la densità $p(x/y, z)$ senza pretendere che i termini di destra della 1 bis) e 2 bis) risultino delle densità marginali. Lo stesso Dawid ammette che se da una parte le condizioni *deboli* 1 bis) e 2 bis) possono costituire un utile arti-

$$(1) \quad p(x, y/z) = p(x/z) p(y/z)$$

$$(2) \quad p(x/y, z) = p(x/z)$$

Il concetto di indipendenza condizionale trova un'ampia applicazione nella teoria dei campioni, alla quale si deve far necessariamente riferimento ogniqualvolta si voglia parlare di inferenza statistica e non semplicemente di modelli probabilistici dal punto di vista della loro descrizione matematica.

Questa è la situazione propria del modello econometrico che, come abbiamo visto, formalmente è un modello probabilistico descritto da un sistema di variabili casuali condizionate da altre variabili casuali. Usualmente ci si riferisce ai *parametri* che entrano nella struttura del modello come "informatrici sintetici" delle distribuzioni di probabilità relative alle v.c. del sistema e delle relazioni funzionali che le legano.

Generalmente i parametri che entrano nella struttura del modello sono *ignoti*, o meglio sono rappresentabili essi stessi come v.c. non osservabili, in quanto vi sono informazioni "a priori" sugli elementi componenti il loro spazio di definizione.

I dati del campione sono pensati come determinazioni delle v.c. osservabili e viene utilizzato il concetto di *statistica*, cioè di funzione²⁴ di una o più variabili casuali osservabili che non dipende dai parametri ignoti, per esprimere una sintesi informativa su di essi.

Un esempio elementare di statistica è la formula della media aritmetica. Si suppone in questo caso, ad esempio, che un fenome-

ficio per trovare le distribuzioni condizionali, dall'altra, qualora si utilizzino delle distribuzioni *a priori improprie* sulle variabili casuali, le distribuzioni a posteriori che ne derivano possono avere proprietà non bayesiane. In altre parole è possibile che valga la condizione 2 bis) mentre non vale la condizione 2). Questa situazione è nota in letteratura sotto il nome di *paradosso della marginalizzazione* (vedi Dawid ed altri (1973)). Il paradosso può aver origine anche dal fatto che la condizione 2 bis), non implicando la conoscenza di $p(x/z)$ e $p(z)$ e quindi nemmeno di $p(x, y, z)$, non permette di trattare X e Y nella proposizione $X \perp\!\!\!\perp Y/Z$ in modo simmetrico.

²⁴ Nella teoria della probabilità, una statistica è definita come una *funzione misurabile* di v.c. e come tale è essa stessa una v.c. (si veda, per i concetti di funzione misurabile, trasformazione misurabile e v.c., Chow e Teicher (1978)).

no sia rappresentabile come modello probabilistico della v.c. X , distribuita secondo una distribuzione normale, la cui media è μ e la varianza è σ^2 . Nel campione gli n dati osservati x_1, \dots, x_n , possono essere pensati come determinazioni di n variabili casuali X_1, \dots, X_n che rappresentano l'insieme di tutte le possibili n -uple campionarie che si sarebbero potute osservare.

E' noto dalla teoria dei campioni che, volendo ottenere un "informatore", con proprietà statisticamente ottimali, del parametro (ignoto) μ della distribuzione normale, si usa la statistica:

$$T_n = T(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X_t$$

Le premesse fin qui svolte permetterebbero di definire in termini di indipendenza condizionale alcuni concetti noti dell'inferenza statistica tra i quali la sufficienza, l'ancillarità, l'identificazione e la transitività. In questa sede è opportuno far riferimento al solo concetto di transitività, introdotto da Bahadur (1954).

Definizione

Sia Θ lo spazio parametrico di riferimento e si indichi con Z_1^n la sequenza di v.c. Z_1, Z_2, \dots, Z_n la cui funzione di distribuzione congiunta dipende dal parametro (o dai parametri) $\theta \in \Theta$; sia T_n una statistica su Z_1^n , la sequenza T_n è *transitiva* rispetto a Z_1^n se $T_n \perp\!\!\!\perp Z_1^n / (T_n, \Theta)$; oppure, equivalentemente, indicando con $y_n = T(z_1^n)$, se:

$$p(y_{n+1}/z_1^n, y_n, \theta) = p(y_{n+1}/y_n, \theta)$$

Il concetto di transitività può quindi essere interpretato come segue. Data una qualsiasi distribuzione della sequenza $Z = (Z_1, Z_2, \dots)$, y_n è un "buona" previsione di y_{n+1} tanto quanto z_1^n .

Si può fare un esempio econometrico che applichi tale concetto.

Sia $Z = (M, R)$, dove M rappresenta la variabile stock di moneta secondo una certa definizione contabile ed R il reddito nominale nazionale, $z_1^n = (m_1, m_2, \dots, m_n, r_1, r_2, \dots, r_n)$ è la serie temporale bivariata dello stock di moneta e del reddito rilevata su n periodi campionari (es. trimestri) in un certo intervallo temporale. Sia $y_n = T(z_1^n) = m_n$; T cioè seleziona solamente il valore dello stock

di moneta dell'ultimo periodo osservato. Allora se:

$$M_{n+1} \perp\!\!\!\perp (M_1, \dots, M_n, R_1, \dots, R_n) / (M_n, \Theta)$$

si dirà che M_n è una sequenza *transitiva* per $Z_1^n = (M_1, \dots, M_n, R_1, \dots, R_n)$, cioè M_n è un "buon" predittore per m_{n+1} quanto $(M_1, \dots, M_n, R_1, \dots, R_n)$. In effetti è noto dalla teoria dei processi stocastici che, qualora il modello teorico appropriato per Z_t sia: $M_t = M_{t-1} + \epsilon_t$, dove ϵ_t gode di proprietà statistiche particolari — quali ad esempio: $E(\epsilon_t) = 0$, $E(\epsilon_t)^2 = \sigma^2$, per tutti i t , $E(\epsilon_t \epsilon_s) = 0$, per $t \neq s$ — che lo portano a definire come processo "white noise"²⁵, allora M_t è un processo "random walk" ed è il "previsore statisticamente ottimale"²⁶ per m_{t+1} . Per prevedere lo stock di moneta al tempo $t+1$ è sufficiente conoscere il valore atteso dello stock di moneta al tempo t e qualsiasi altra informazione, sia sulla storia passata del processo stesso, sia sulla storia passata e presente del reddito nominale è superflua ai fini previsionali per m_{t+1} .

Florens e Mouchart (1981) mostrano come la definizione di non-causalità data da Granger (1969) altro non sia che un caso particolare della transitività secondo Bahadur.

Facendo riferimento per comodità di esposizione alla definizione più generale data da Granger (1980), si consideri un universo in cui tutta l'informazione disponibile al tempo n è indicata con Ω_n ; con $\Omega_n - X_n$ l'universo di informazione eccetto i valori assunti dalla variabile X fino al tempo n , dove $X_n \in \Omega_n$. Ω_n non contiene valori futuri, misurati cioè per tempi $t > n$, sebbene possano essere incluse in Ω_n le aspettative o le previsioni di tali valori.

Al tempo n , il valore X_{n+1} sarà, in generale, una variabile casuale che può essere caratterizzata da affermazioni probabilistiche della forma $p(X_{n+1} \in A)$ per un qualche insieme A . Qualora si vo-

²⁵ Un processo stocastico "white noise" si ha quando la sua funzione di densità spettrale è costante. Dal punto di vista della teoria lineare della previsione, è quel processo per cui la varianza del proprio previsore coincide con la varianza limite dell'errore di previsione.

²⁶ L'ottimalità è definita in termini di minima perdita. Poiché generalmente si assume una funzione di perdita quadratica, si dimostra che la perdita minima si ha quando il previsore $\hat{M}_{t+1} = E(M_{t+1}/M_t)$. Nel caso dell'esempio: $E(M_{t+1}/M_t) = E(M_t + \epsilon_t/M_t) = M_t$.

glia tradurre la definizione generale di causalità di X_n rispetto a Y_{n+1} in termini di non-causalità, si dirà: X_n non causa Y_{n+1} (nel senso di Granger) se:

$$p(Y_{n+1} \in A/\Omega_n) = p(Y_{n+1} \in A/\Omega_n - X_n) \quad \text{per qualche } A.$$

La notazione qui utilizzata da Granger è ambigua poiché non rispetta i canoni formali della teoria della misura, all'interno della quale si colloca la teoria assiomatica della probabilità, che vogliono lo spazio degli eventi dotato della struttura più generale possibile affinché possa definirsi uno spazio con misura (od uno spazio con probabilità). Ci si riferisce al concetto di σ -algebra il quale rappresenta la traslazione matematica del concetto di "insieme di informazione".

Operazioni del tipo $\Omega_n - X_n$ non necessariamente garantiscono che l'insieme differenza sia ancora un elemento appartenente alla σ -algebra definita su Ω_n a meno che non siano esprimibili mediante gli operatori unione e complemento di elementi appartenenti a Ω_n .²⁷

E' preferibile quindi trascrivere la definizione generale data da Granger nei seguenti termini:

$$(3) \quad p(y_0^{n+1}/z_0^n, u, \theta) = p(y_0^{n+1}/y_0^n, u, \theta) \quad \forall n \geq 0$$

dove $\Omega_n = \{z_0^n, u, \theta\}$ e si può definire $\Omega_n - X_n = \{y_0^n, u, \theta\}$. In questa notazione si osservi che θ rappresenta un parametro (o più parametri); $z_n = \{x_n, y_n\}$, e z_0 ed u rappresentano le condizioni iniziali. Poiché nelle applicazioni econometriche l'origine del tempo è determinata dalla disponibilità di dati campionari, diventa no-

²⁷ Ciò è ovviamente possibile quando l'operazione $\Omega - X$ viene intesa come *evento complementare* di X , ma in tal caso è anche necessario assumere che X sia un *evento disgiunto* da tutti gli altri eventi dell'insieme Ω . Basta del resto un semplice esempio dove si dimostri che, definito $\Omega = \{x_1, x_2\}$, l'operazione $\Omega - x_1$ non fornisce necessariamente x_2 .

Sia x_1 l'insieme dei numeri dispari fino al 5 compreso, x_2 l'insieme dei numeri primi fino al 5 compreso, allora $\Omega = \{1, 2, 3, 5\}$, ma $\Omega - x_1 = \bar{x}_1 = \{2\}$, diverso da x_2 .

tazione utile riassumere tutte le informazioni relative al periodo precampionario ($n \leq 0$) in Z_0 oppure in U .

Si osservi ora che la condizione (3) può anche scriversi:

$$(4) \quad Y_0^{n+1} \perp\!\!\!\perp X_0^n / (Y_0^n, U, \Theta) \quad \forall n \geq 0$$

oppure in modo equivalente:

$$(5) \quad Y_{n+1} \perp\!\!\!\perp X_0^n / (Y_0^n, U, \Theta) \quad \forall n \geq 0$$

essendo $Y_0^{n+1} = \{Y_0^n, Y_{n+1}\}$ e $Y_{n+1} \perp\!\!\!\perp Y_0^n / (Y_0^n, U, \Theta)$ per le proprietà di indipendenza campionaria²⁸. Poiché $Y_0 \subset Z_0$ e $Y_{n+1} \subset \{Z_{n+1}, Z_0^n\}$, $n \geq 1$, (5) è a sua volta equivalente a:

$$Y_{n+1} \perp\!\!\!\perp Z_0^n / (Y_0^n, U, \Theta) \quad \forall n \geq 0$$

quindi il concetto "X non causa Y" secondo la definizione di Granger è equivalente al concetto di Y_n è *U-transitivo* (cioè date le condizioni iniziali U) secondo la definizione di Bahadur rispetto a Z_0^n .

A seguito della definizione di causalità data da Granger, Sims (1972) formula il seguente:

Teorema: Quando $Z = (X, Y)$ possiede una rappresentazione autoregressiva, X può essere espresso come una funzione a ritardi distribuiti dei valori correnti e passati di Y con un residuo che non è correlato con qualsiasi valore di Y se, e solo se, X non causa Y nel senso di Granger.

Hosoya (1977) dimostra la validità del teorema prescindendo dalla condizione che Z sia un processo stocastico congiuntamente stazionario in covarianza in assenza di componente "singolare" e di una sua rappresentazione autoregressiva vettoriale, pur rimanendo nell'ambito di uno spazio lineare vettoriale, utilizzando perciò

²⁸ Si osservi che queste condizioni permettono di scrivere:

$$\begin{aligned} p(y_0^n, y_{n+1}, x_0^n / y_0^n, u, \theta) &= p(y_0^n / y_0^n, u, \theta) p(y_{n+1}, x_0^n / y_0^n, u, \theta) \\ &= p(y_{n+1}, x_0^n / y_0^n, u, \theta) \end{aligned}$$

il concetto di ortogonalità nello spazio di Hilbert, sotto l'assunzione di distribuzione normale dei processi stocastici.²⁹ Anche in questo caso, comunque, il concetto di causalità espresso da Sims e Hosoya è traducibile più in generale attraverso l'indipendenza condizionale; si tratta di affermare che *"X non causa Y" qualora la storia passata e futura del processo Y sia condizionalmente indipendente dal processo X al tempo n, data la storia passata e presente del processo Y stesso*. In altri termini, utilizzando la stessa notazione introdotta per la definizione di non causalità nel senso di Granger:

Definizione: "X non causa Y nel senso di Sims" se:

$$(7) \quad Y_0^\infty \perp\!\!\!\perp X_n / (Y_1^n, U, \Theta) \quad \forall n \geq 0$$

dove $Y_0^\infty = \{ Y_0^n, Y_0^{n+1}, \dots \}$, $n \geq 1$.

Florens e Mouchart (1982) dimostrano l'equivalenza tra la transitività della statistica T_n , qualora questa risulti crescente (cioè $T_n \subset T_{n+1}$, $\forall n \geq 0$) e la proprietà:

$$(8) \quad T_\infty \perp\!\!\!\perp S_n / (T_n, V) \quad \forall n \geq 0$$

dove $T_\infty = \{ T_n, T_{n+1}, \dots \}$, $n \geq 0$, ed S_n è una qualsiasi altra statistica crescente che contiene T_n e V rappresenta le condizioni iniziali.

Chiaramente il concetto di non-causalità secondo Granger soddisfa alle condizioni di equivalenza poste per (8), poiché $Y_0^{n+1} \subset Z_0^{n+1}$, $Z_0^n \subset Z_0^{n+1}$, $X_0^n \subset X_0^{n+1}$, quindi una terza forma equivalente per descrivere la non-causalità secondo Granger è:

$$(10) \quad Y_0^\infty \perp\!\!\!\perp Z_0^n / (Y_0^n, U, \Theta) \quad \forall n \leq 0$$

ovvero:

$$(11) \quad Y_0^\infty \perp\!\!\!\perp X_0^n / (Y_0^n, U, \Theta) \quad \forall n \leq 0$$

²⁹ La versione originaria del teorema di Sims, qui riportata, risente della definizione di causalità formulata da Granger nel suo primo articolo del 1969 in termini di teoria della previsione lineare.

Poiché $X_n \subset X_0^n$, risulta evidente che la definizione di non-causalità secondo Granger implica quella di Sims.

Non è vera l'implicazione inversa. Chamberlain (1980) dà un semplice controesempio. Si supponga che la sequenza di v.c. indipendenti $X_1^2 = \{X_1, X_2\}$ sia così definita: $p(X_t = 1) = p(X_t = -1) = 0,5$, $t = 1, 2$, mentre la sequenza $Y_1^3 = \{Y_3 = X_1 X_2\}$, degenera cioè in una sola v.c. che è legata funzionalmente in termini di prodotto tra le due v.c. X_1 e X_2 . In base alla definizione di Sims, X non causa Y se:

$$(Y_1, Y_2, Y_3) \perp\!\!\!\perp X_1 / Y_1 \quad \text{per } n = 1$$

$$(Y_1, Y_2, Y_3) \perp\!\!\!\perp X_2 / (Y_1, Y_2) \quad \text{per } n = 2$$

che, data la particolarità di Y_1^3 , equivale a:

$$Y_3 \perp\!\!\!\perp X_1 \quad \text{per } n = 1$$

$$Y_3 \perp\!\!\!\perp X_2 \quad \text{per } n = 2$$

ovvero $p(y_3/x_1) = p(y_3)$ e $p(y_3/x_2) = p(y_3)$.

Le uguaglianze sono soddisfatte poiché le distribuzioni di probabilità su Y_3 e su Y_3/X_t , $t = 1, 2$ sono entrambi uniformi ed uguali con valore 0,5. Quindi secondo Sims X non causa Y. Utilizzando la definizione di Granger, X non causa Y se $Y_3 \perp\!\!\!\perp (X_1, X_2) / (Y_1, Y_2)$ o, equivalentemente, se $Y_3 \perp\!\!\!\perp (X_1, X_2)$, cioè $p(y_3/x_1, x_2) = p(y_3)$. Questa uguaglianza non è soddisfatta poiché $p(Y_3 = 1) = p(Y_3 = -1) = 0,5$, mentre $p(y_3/x_1, x_2) \equiv 1$, data la relazione funzionale esistente. Quindi la non-causalità secondo Sims non implica la non-causalità secondo Granger, proprio perché, in generale se $A \perp\!\!\!\perp B$ e $A \perp\!\!\!\perp C$ ciò non implica $A \perp\!\!\!\perp (B, C)$.

Nel caso lineare, qualora il concetto di correlazione si sostituisca a quello di indipendenza, l'implicazione sussiste poiché se A non è correlato con B e con C, non è correlato con alcuna combinazione lineare di B e C.

Chamberlain (1980) e Florens e Mouchart (1982) forniscono una versione modificata della definizione di non-causalità secondo

Sims, cioè:

$$Y_0^\infty \perp\!\!\!\perp X_n / (Y_0^n, Y_0^{n-1}, V, \Theta) \quad \forall n \geq 0$$

che dimostrano equivalente a quella di Granger qualora valga la condizione:

$$Y_0^\infty \perp\!\!\!\perp X_0 / (Y_0, U, \Theta)$$

che risulta, a sua volta, soddisfatta quando X_0 è una funzione di Y_0 e U .

Anche se in Florens e Mouchart (1982) non è esplicito, quest'ultima condizione significa che non sussiste causalità istantanea da X a Y (come assunzione a priori).

5. Conclusioni

Una definizione rigorosa di causalità all'interno di modelli probabilistici sembra essere un buon punto di partenza per un trattamento corretto del ragionamento controfattuale così diffuso all'interno delle discipline sociali ed in particolare dell'economia.³⁰

Naturalmente nel paragrafo precedente sono stati dati soltanto i primi elementi di una tale definizione, mentre molti altri sono stati forzatamente trascurati. Ne elenchiamo qui alcuni a conclusione del nostro lavoro:

- a) la scomposizione delle variabili in componenti "attese" e "non attese" particolarmente rilevante nel caso dei cosiddetti modelli di "aspettative razionali";³¹
- b) l'estensione del caso bivariato al caso multivariato della definizione e dei test di causalità costruiti su di essa;³²
- c) i rapporti fra il concetto di causalità e quello di errore di specificazione. Nelle scienze sociali la costruzione del modello presenta la possibilità di commettere errori di specificazione non fa-

³⁰ Vedi, per una utilizzazione esplicita di tale legame, Buiter (1981).

³¹ Vedi Florens e Mouchart (1981).

³² Vedi Tjøstheim (1981).

cilmente individuabili e che possono riguardare anche le direzioni di causalità ipotizzate o i vincoli imposti per ottenere l'identificazione delle singole relazioni.³³ Il problema, già sollevato da Wold, richiede l'adozione di particolari procedimenti per la ricerca della specificazione appropriata, distinti da quelli validi per le scienze sperimentali.³⁴

³³ Un'analisi completa di tale problema si può trovare in Sims (1980).

³⁴ Vedi Wold (1956). In Mizon (1979) si può trovare una rassegna dei contributi più recenti, con una particolare enfasi sul lavoro di Leamer (1978).

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- BAHADUR, R.R. (1954), "Sufficiency and Statistical Decision Functions", *The Annals of Mathematical Statistics*, 25, pp. 423-462.
- BASMANN, R.L. (1965), "A Note on the Statistical Testability of 'Explicit Causal Chains' against the Class of 'Interdependent' Models", *Journal of the American Statistical Association*, 60, pp. 1080-1093.
- BUIITER, W.H. (1981), "Granger - Causality and Stabilization Policy", *Discussion Paper n. 89/81*, University of Bristol.
- BUNGE, M. (1979), *Causality and Modern Science*, 3a ed. riveduta, New York: Dover Publications, Inc.
- CHAMBERLAIN, G. (1982), "The General Equivalence of Granger and Sims Causality", *Econometrica*, 50, pp. 569-582.
- CHOW, Y.S. e TEICHER, H. (1978), *Probability Theory*, New York: Springer Verlag.
- DAGUM, C. (1969), "Structural Permanence", *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, 125, pp. 211-235.
- DAWID, A.P. (1979), "Conditional Independence in Statistical Theory", *Journal of the Royal Statistical Society*, B, 41, pp. 1-31.
- DAWID, A.P., STONE, M. e ZIDEK, J.V. (1973), "Marginalization Paradoxes in Bayesian and Structural Inference", *Journal of the Royal Statistical Society*, B, 35, pp. 189-233.
- ENGLE, R.F., HENDRY, D.F. e RICHARD, J.F. (1982), "Exogeneity", *Econometrica*, 51, pp. 277-304.
- FEIGL, H. (1953), "Notes on Causality" nel volume a cura di H. Feigl e M. Brodbeck, *Readings in the Philosophy of Science*, New York: Appleton-Century-Crofts, Inc., pp. 408-418.
- FISHER, F.M. (1966), *The Identification Problem in Econometrics*, New York: Mc Graw-Hill.
- FISHER, F.M. (1969), "Causation and Specification in Economic Theory and Econometrics", *Synthese*, 20, pp. 489-500.
- FLORENS, J.P. e MOUCHART, M. (1982), "A Note on Non-Causality", *Econometrica*, 50, pp. 583-592.
- FLORENS, J.P. e MOUCHART, M. (1981), "A Linear Theory for Non-Causality", *Technical Report n. 51*, Stanford University.
- GEWEKE, J. (1980), Causality, Exogeneity and Inference, *SSRI Workshop Series n. 8025*, University of Wisconsin - Madison.
- GRANGER, C.W.J. (1969), Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods", *Econometrica*, 37, p. 424-438.
- GRANGER, C.W.J. (1980), "Testing for Causality: A Personal Viewpoint", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2, pp. 329-352.

- HERSCHEL, J.F.W. (1831), *A Preliminary Discourse on the Study of Natural Philosophy*, London: Longman.
- HOOD, W.C. e KOOPMANS, T.C. (1953), a cura di, *Studies in Econometric Method*, New York: J. Wiley & Sons.
- HOSOYA, Y. (1977), "On the Granger Condition for Non-Causality", *Econometrica*, 45, pp. 1735-1736.
- HSIAO, C. (1979), "Causality Tests in Econometrics", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1, pp. 321-346.
- KOLMOGOROV, A., "Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung", *Ergebn. Math*, 2, tr. inglese *Foundations of the Theory of Probability*, New York: Chelsea, 1956.
- KOOPMANS, T.C. (1950), a cura di, *Statistical Inference in Dynamic Economic Models*, New York: J. Wiley & Sons.
- LEAMER, E.E. (1978), *Specification Searches: ad hoc Inference with Non-Experimental Data*, New York: J. Wiley & Sons.
- LUCAS, R.E. (1976), "Econometric Policy Evaluation: A Critique", nel volume a cura di K. Brunner e A. Meltzer, *The Phillips Curve and the Labor Market*, vol. 1 di Carnegie - Rochester Conferences in Public Policy, Amsterdam: North Holland Publ.
- MIZON, G.E. (1979), "Recent Developments in the Statistical Analysis of Causal Models", *Atti del seminario su Due temi di analisi statistica multivariata*, Padova: CLEUP, pp. 249-266.
- ORCUTT, G.H. (1952), "Actions, Consequences, and Causal Relations", *The Review of Economics and Statistics*, 34, pp. 305-313.
- PASINETTI, L. (1966), "Causalità e interdipendenza nell'analisi econometrica e nella teoria economica", *Annali dell'Università Cattolica del Sacro Cuore*, Milano: Vita e Pensiero, pp. 233-250.
- PIZZI, C. (1978), "Introduzione", al volume *Leggi di natura, modalità, ipotesi*, Milano: Feltrinelli, pp. 11-92.
- PIZZI, C. (1983), *Teorie della probabilità e teorie della causa*, Bologna: CLUEB.
- SARTORE, D. (1981), "Identificazione, causalità ed esogeneità: alcune osservazioni critiche", *Rapporto A.C.M.E. n. 8102*, Università degli Studi di Venezia.
- SARGENT, T.J. (1977), "Response to Gordon and Ando", nel volume a cura di C.A. Sims, *New Methods in Business Cycle Research: Proceedings from a Conference*, Minneapolis: Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- SIMON, H.A. (1952), "On the Definition of the Causal Relation", *The Journal of Philosophy*, 49, pp. 517-528.
- SIMON, H.A. (1953), "Causal Ordering and Identifiability", nel volume a cura di Hood e Koopmans, *Studies in Econometric Methods*, New York: J. Wiley & Sons, pp. 49-74.
- SIMON, H.A. (1955), "Causality and Econometrics: Comment", *Econometrica*, 23, pp. 193-195.
- SIMON, H.A. e RESCHER, N. (1966), "Cause and Counterfactual", *Philosophy of Science*, 33, pp. 323-340.

- SIMS, C.A. (1972), "Money, Income and Causality", *American Economic Review*, 62, pp. 540-552.
- SIMS, C.A. (1977), "Exogeneity and Causal Ordering in Macro-economic Models", nel volume a cura di C.A. Sims, *New Methods in Business Cycle Research: Proceedings from a Conference*, Minneapolis: Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- SIMS, C.A. (1980), "Macroeconomics and Reality", *Econometrica*, 48, pp. 1-48.
- SPAVENTA, L. (1982), "Una svolta ad U nella teoria economica", nel volume *Scritti in onore di I. Gasparini*, Milano: Giuffrè.
- STROTZ, R.H. (1960), "Interdependence as a Specification Error", *Econometrica*, 28, pp. 428-442.
- SUPPES, P. (1970), *A Probabilistic Theory of Causality*, Amsterdam: North Holland Publ. Co.
- TJØSTHEIM, D. (1981), "Granger-Causality in Multiple Time Series", *Journal of Econometrics*, 17, pp. 157-176.
- WALLIS, K.F. (1980), "Econometric Implications of the Rational Expectations Hypothesis", *Econometrica*, 1, pp. 49-73.
- WOLD, H.O. (1954), "Causality and Econometrics", *Econometrica*, 22, pp. 162-177.
- WOLD, H.O. (1956), "Causal Inference from Observational Data, A Review of Ends and Means", *Journal of the Royal Statistical Society, A*, 119, pp. 28-61.
- WOLD, H.O. (1963), "Forecasting by the Chain Principle", nel volume a cura di M. Rosenblatt, *Time Series Analysis*, New York: J. Wiley & Sons, pp. 471-497.
- WOLD, H.O. (1969), "Mergers of Economics and Philosophy of Science", *Synthese*, 20, pp. 427-482.
- Von WRIGHT, G.H. (1977), *Spiegazione e comprensione*, Bologna: Il Mulino, traduzione di *Explanation and Understanding*, New York: Cornell University Press, 1971.
- ZELLNER, A. (1979), "Causality and Econometrics", nel volume a cura di K. Brunner, C.A.H. Meltzer, *Three Aspects of Policy and Policy making: Knowledge, Data and Institutions*, Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy, North Holland Publ. Co.

SUMMARY

The concept of causality in econometrics

The method of reasoning in econometrics is essentially related to the formulation of models and this fact characterizes the concept formation. So the term "causality" has for a long time assumed the meaning of a causal ordering among the variables of a linear model. It was utilized by the econometricians to choose the appropriate methods of parameter estimation and by the economists to discriminate among competing theories, namely, the Keynesian and the neoclassical one.

More recently the econometricians have focused their attention on the stochastic nature of models and their utilization, underlining the inadequacy of Simon's definition and this is seen in the first three sections.

The fourth section describes the recent contributions to the subject in terms of conditional independence which are in the line of the probabilistic theory of causality introduced by P. Suppes. In the same context are analyzed the Granger and Sims definitions and showed their links in terms of the concept of transitivity introduced into statistics by R. Bahadur.

The paper also reminds that a rigorous definition of causality is especially important when the model is to be utilized to perform counterfactual experiments. This problem, already quoted by H. Simon and H. Wold, has been recently resumed in the context of the so-called rational expectations models and is still without a satisfying solution.