

SERGIO CALLIARI - DOMENICO SARTORE

LE RELAZIONI DI CAUSALITÀ TRA MONETA,
ATTIVITÀ ECONOMICA E PREZZI:
ALCUNI TESTS CON I DATI GENERATI
DALL'ECONOMIA ITALIANA
NEL PERIODO 1962.01-1979.04

Estratto da « RICERCHE ECONOMICHE » nn. 1-2/3-4, 1980

LABORATORIO DI ECONOMIA POLITICA, CA' FOSCARI - VENEZIA

Grafiche Zoppelli S.p.A. - Dosson (Treviso)

LE RELAZIONI DI CAUSALITÀ TRA MONETA,
ATTIVITÀ ECONOMICA E PREZZI:
ALCUNI TESTS CON I DATI GENERATI DALL'ECONOMIA
ITALIANA NEL PERIODO 1962.01-1979.04

1. *Introduzione*

Nella costruzione di modelli economici l'esistenza e la direzione di causalità tra differenti variabili spesso sono scelte sulla base di presunte conoscenze a priori. Tuttavia, a volte capita che gli economisti siano in disaccordo su tale direzione o se vi è retroazione. Per esempio, una delle relazioni più largamente studiate in economia è il ruolo della moneta nella determinazione di prezzi e livello dell'attività economica. In particolare, gran parte della discussione circa il ruolo della moneta si riferisce alla direzione di causalità tra moneta, livello dell'attività economica e prezzi. Attualmente sembra che non vi sia ancora un consenso circa questa questione fondamentale in quanto differenti modelli teorici implicano differenti relazioni temporali e l'evidenza empirica ha dato risultati non univoci.

Da un lato vi sono i monetaristi che affermano vi sia una relazione statistica piuttosto stretta tra la moneta e le altre due variabili, e che la relazione persiste nel tempo, al diverso livello di aggregazione temporale dei dati, e per i vari paesi (1). Per quanto riguarda la rela-

(1) Per gli Stati Uniti Friedman e Schwartz [1] trovano che «Variazioni nel comportamento dello stock di moneta sono state strettamente correlate con variazioni nell'attività economica, reddito monetario e prezzi. L'interrelazione tra movimenti monetari e movimenti nell'attività economica è stata altamente stabile. I movimenti monetari spesso hanno avuto un'origine indipendente; non sono semplicemente un riflesso di movimenti nella attività economica» (p. 676).

Circa la struttura causale della relazione tra moneta e altre variabili macroeconomiche: «Variazioni nello stock di moneta sono quindi una conseguenza così come una

zione tra offerta di moneta e livello dei prezzi la tradizionale teoria quantitativa della moneta afferma l'esistenza di una corrispondenza di lungo periodo tra variazioni nell'offerta di moneta e variazioni nel livello dei prezzi. Cagan [7] afferma che negli Stati Uniti vi è un legame causale unidirezionale tra incrementi (decrementi) secolari nell'offerta di moneta e incrementi (decrementi) nel livello dei prezzi. Per il breve periodo l'evidenza non è chiara e Cagan suggerisce la possibilità di un « feedback » tra variazioni nella quantità di moneta e variazioni dei prezzi. Friedman ⁽²⁾ afferma che variazioni nell'offerta di moneta influenzano i prezzi nella medesima direzione anche nel breve periodo. Successivamente Friedman [9] appare meno sicuro degli effetti di breve periodo di variazioni dell'offerta di moneta sui prezzi.

Nella controversia circa il ruolo della moneta nel sistema economico i monetaristi hanno particolarmente sottolineato il ruolo indipendente dei fattori monetari in relazione a fluttuazioni nell'attività economica: un disequilibrio nel mercato della moneta si riflette direttamente in una variazione della domanda aggregata che, a sua volta, provoca variazioni nel reddito reale e nei prezzi. Questa catena di causalità implica logicamente una relazione di « anticipo » e « ritardo » ed è quindi naturale che il punto di vista monetarista sia stato sottoposto a tests statistici allo scopo di rilevare le relazioni temporali tra le serie storiche rilevanti. Il punto di vista monetarista è bene espresso, ad esempio, da Walters [10]: « Un incremento nella crescita dell'offerta di moneta ha apparentemente il suo primo effetto sul tasso di crescita del reddito reale nove mesi dopo. Un lag di più di due anni è necessario prima che vi sia un qualsiasi apprezzabile effetto sul tasso di variazione dei prezzi » (p. 12).

Uno dei primi metodi applicati per lo studio delle relazioni temporali tra serie storiche economiche è basato sulla comparazione dei punti di svolta. Questa tecnica è stata ampiamente criticata come procedura inefficiente per studiare le relazioni temporali dato che

fonte di variazione indipendente di reddito monetario e prezzi. . . . La mutua interazione, ma con la moneta piuttosto nettamente il partner principale nei movimenti di più lungo periodo e nei principali movimenti ciclici. . . . » (p. 695).

È piuttosto curioso osservare che la seconda affermazione di Friedman e Schwartz è stata fortemente assorbita nella letteratura empirica avente lo scopo di testare la relazione tra variazioni nello stock di moneta e variazioni nell'attività economica, in quanto considerando esogena o « policy determined » l'offerta di moneta si assume implicitamente l'ordinamento causale esplicitato nella seconda proposizione di Friedman e Schwartz. E questo indipendentemente dal fatto che per testare la relazione siano utilizzati modelli strutturali o di tipo « reduced form » [2], [3], [4], [5], [6].

(2) « . . . la direzione di influenza tra stock di moneta e reddito e prezzi è meno chiara e più complessa per il ciclo economico che per i movimenti più ampi . . . ma anche durante il ciclo economico lo stock di moneta svolge un ruolo largamente indipendente » [8, p. 179].

solo una piccola porzione dell'informazione disponibile è utilizzata nell'analisi. In alternativa e come metodo più efficiente è stato suggerito di utilizzare le moderne tecniche di analisi delle serie storiche, lavorando sia nel dominio temporale (*modelli parametrici*) che nel dominio frequenziale (*analisi spettrale, cross-spettrale e multi-spettrale*). L'utilizzo di questi metodi proposti da Granger e Hatanaka [12], Granger [13], Howrey [14], Sims [15], Haugh e Pierce [16], Haugh e Box [17], Haugh [18] ha fornito risultati contrastanti.

I tests di causalità sono stati applicati abbondantemente, per studiare la relazione temporale tra moneta, reddito e prezzi. Da un lato vi sono i monetaristi i quali sostengono che la quantità di moneta o il suo tasso di variazione tende ad anticipare il reddito [1] [9] [39]. Dall'altro lato coloro che sostengono che può non esservi una corrispondenza tra ordinamento causale ed ordinamento temporale nei punti di svolta [19] [20], fornendo alcuni esempi che rendono plausibile questa possibilità. Alcuni critici del monetarismo vanno ancora più lontano sostenendo che la moneta non ha alcun ruolo nella determinazione del reddito nominale dato che attribuiscono l'associazione tra offerta di moneta e reddito alla funzione di domanda di moneta la quale contiene il reddito come variabile esplicativa fondamentale: lo stock di moneta si aggiusta alla domanda. Di conseguenza le fluttuazioni cicliche della quantità di moneta non possono essere attribuite alle autorità monetarie ma discendono essenzialmente dal comportamento delle banche e del pubblico (4).

I monetaristi, generalmente d'accordo circa la rilevanza della moneta nella determinazione del reddito, sono in disaccordo circa l'effetto dell'attività economica sull'offerta di moneta. Alcuni, che potrebbero essere definiti come « radicali » (5), affermano che il comportamento delle autorità monetarie domina i movimenti del reddito monetario. I monetaristi « moderati » [1] [7] non escludono la possibilità di « feedback » dal reddito all'offerta di moneta, pur mantenendo il punto di vista monetarista degli impulsi monetari come il fattore dominante che determina le variazioni del reddito monetario. Queste controversie teoriche possono essere più proficuamente affrontate esaminando l'evidenza empirica in base ai dati disponibili.

Partiamo dagli Stati Uniti. Sims [15], utilizzando dati trimestrali per il periodo 1947-1969, conclude che: « Il principale risultato empirico è che l'ipotesi che la causalità è unidirezionale da moneta a reddito è in accordo con dati postbellici degli Stati Uniti, mentre

(3) Vedi [11], p. 90.

(4) Vedi, tra gli altri, [21], [22], [23].

(5) Vedi, ad esempio, [24] e [25].

l'ipotesi che la causalità è unidirezionale da reddito a moneta è rigettata » (p. 540). « ...nessuna evidenza contraddice la comune assunzione che la moneta può essere trattata come esogena in una regressione del GNP sui valori correnti e passati della moneta » (p. 550). Feige e Pearce [26] [27] utilizzando una metodologia diversa e sempre con dati postbellici trovano che i risultati di Sims circa la relazione di causalità tra moneta e reddito non reggono. In particolare non possono rigettare l'ipotesi che il tasso di inflazione è causalmente indipendente dagli aggregati monetari e da varie misure della politica fiscale. Questi risultati, pur con gli usuali e non usuali « caveats » associati al lavoro econometrico applicato ⁽⁶⁾ e pur costituendo una robusta giustificazione per il comune uso di modelli di aspettative autoregressivi sono nettamente in conflitto con le tesi monetariste e con molta letteratura econometrica e, se plausibili, potrebbero avere profonde implicazioni per gli studi di economia monetaria.

Per il Regno Unito, Wall [28] e Caines e Chan [29] stimando una « impulse response function » trovano causalità unidirezionale da moneta a reddito, mentre Williams, Goodhart e Gowland [30] non possono rigettare l'ipotesi di nullità che il reddito nominale non è in relazione con l'offerta di moneta. Rilevano infatti qualche evidenza di causalità unidirezionale da reddito nominale a moneta assieme a qualche evidenza di causalità unidirezionale dalla moneta ai prezzi. Probabilmente si è in presenza di un « omitted variable problem », o di una relazione causale tra reddito e moneta piuttosto complessa.

Sargent e Wallace [31], utilizzando la metodologia di Sims studiano la relazione di causalità tra moneta e prezzi in alcuni paesi europei durante periodi di iperinflazione e mostrano che vi è evidenza di causalità unidirezionale dai prezzi alla moneta.

Per l'Italia, Sitzia [32] applicando la metodologia (modificata) di Sims ai dati trimestrali 1953-1968 trova evidenza di causalità unidirezionale da moneta a reddito e prezzi.

Questi pochi esempi indicano sufficientemente i risultati controversi e, spesso, contraddittori che sono stati ottenuti applicando:

- a) differenti metodologie ai dati di uno stesso periodo per uno stesso paese ⁽⁷⁾;
- b) differenti metodologie ai dati di paesi diversi;
- c) stesse metodologie ai dati di paesi diversi.

⁽⁶⁾ Vedi Feige e Pearce [27], p. 520.

⁽⁷⁾ Vedi ad esempio, per gli Stati Uniti, Sims [15] e Feige e Pearce [26] [27] e per l'Inghilterra Wall [28], Caines e Chan [29] e Williams, Goodhart e Gowland [30].

Pierce [33] esamina le relazioni causali tra una varietà di serie storiche economiche trovando relazioni deboli o inesistenti anche tra quelle serie storiche che dal punto di vista teorico sono considerate strettamente in relazione. Questi risultati inducono Pierce ad affermare che per i tests di causalità «... l'economia è un disegno sperimentale miserabile» (p. 20).

In questo panorama così contrastato, il presente lavoro si propone una verifica empirica delle direzioni di causalità tra moneta, attività economica e prezzi utilizzando l'approccio metodologico Haugh-Box-Pierce.

Nella sezione 2 vengono discussi il concetto di causalità e la metodologia usata, mentre nella sezione 3 sono esposti i risultati empirici ottenuti con i dati mensili della moneta, reddito nominale e prezzi generati dell'economia italiana per il periodo 1962.01-1979.04. Seguono le conclusioni.

2. *L'approccio analitico*

Il concetto di « causalità » è centrale nella discussione delle leggi economiche. Tuttavia praticamente tutti i testi di econometria non definiscono i termini « causa » e « causalità » e normalmente dicono molto poco circa la relazione tra correlazione e causalità o circa la relazione tra causazione ed esogeneità ⁽⁸⁾. Ciò è abbastanza incomprensibile se si pensa che sul significato di causalità vi è stato nel passato considerevole discussione circa la sua interpretazione nei modelli econometrici (Basmann [34], Simon [1], Stroz e Wold [36], etc.).

Zellner [37] rivendica la necessità di una chiara definizione di causalità e, attingendo dalla filosofia della scienza, suggerisce di rifarsi a Feigl [38] secondo cui: « Il... concetto di causa è definito in termini di prevedibilità *secondo una legge*, (o più adeguatamente, secondo un insieme di leggi) » (p. 408). Ma se gli economisti sono in disaccordo circa l'insieme di leggi che governano, ad esempio, la relazione tra moneta e reddito (Friedman [9]; Tobin [20]; Brunner e Meltzer [39], etc.) la discriminazione tra leggi differenti è un problema induttivo implicante procedure di verifica empirica. I coefficienti stimati di un modello specificato in base ad un insieme di leggi non corrette saranno inficiate da errori sistematici e quindi negano la validità del modello a rappresentare l'insieme delle leggi. Alcuni risultati empirici possono talvolta mettere in discussione l'esistenza o la validità di una particolare legge o di un insieme di leggi. I tests

(8) Forse perché il loro significato è considerato auto-evidente.

di causalità proposti dalla letteratura econometrica o statistica, prescindono dall'insieme delle leggi teoriche da cui discendono le relazioni funzionali tra le variabili, non operano cioè secondo procedure di validazione del modello suggerito dalla teoria economica. Al più, tale teoria fornisce l'insieme delle variabili sulle quali operare con i tests di causalità. E' opportuno sottolineare che è difficile fare affidamento sui tests di causalità, qualora l'ipotesi sottoposta a verifica affermi l'esistenza di causalità (nel senso che definiremo in seguito) qualunque sia la sua direzione. In questo caso, l'evidenza empirica non può dar ragione di una teoria economica o, ancor peggio, inventarla.

E' indubbio, però, che qualora il test punti a decidere in favore dell'ipotesi di causalità inesistente tra due variabili, inserirle in una equazione di un modello econometrico, stabilendo tra esse una dipendenza funzionale nel tempo, non trova più nessuna giustificazione (nemmeno teorica, se i dati sono affidabili). Laddove vi sono controversie sulla teoria, la verifica empirica sulla direzione di causalità può essere utile nel decidere quali variabili vanno poste a destra di una regressione. Infatti l'unica via per evitare di inquinare il modello con restrizioni spurie o false è una definizione di causalità che non utilizzi leggi economiche ed una procedura di identificazione che non dipenda da conoscenze a priori ⁽⁹⁾.

Queste sono le premesse secondo le quali verranno date la definizione di causalità detta di Granger o di Wiener-Granger e le metodologie che sono state suggerite per l'individuazione della causalità.

2.1 Definizioni e proprietà della causalità

La definizione di Granger [18] della causalità è fondata sulla natura stocastica delle variabili e si riduce ad un criterio statistico fondato sull'assunzione che il futuro non può causare il passato e sul fatto che i fenomeni economici possono meglio essere interpretati come processi stocastici piuttosto che deterministici.

Seguendo l'impostazione di Granger, si definisca con $Y_t^D = \{Y_t^j, j \in D\}$ per un qualsiasi insieme di interi D , l'insieme di tutti i vettori di serie temporali contenenti informazioni « rilevanti » esprimibili numericamente. Con il termine « rilevanti », Granger esclude dall'insieme Y_t^D tutte quelle informazioni « ... veramente irrilevanti, cioè, che non hanno conseguenze causali ».

Se $D(j) = \{i \in D, i \neq j\}$, allora $Y_t^{D(j)}$ sarà l'insieme di tutte le serie temporali esclusa la serie Y_t^j , cioè $Y_t^{D(j)} = Y_t^D - Y_t^j$.

Si indichi con $\bar{Y}_t = \{Y_{t-k}, k = 1, 2, \dots, \infty\}$ l'insieme di tutti i valori passati di Y_t e con $\bar{\bar{Y}}_t = \{Y_{t-k}, k = 0, 1, 2, \dots, \infty\}$ l'insieme

⁽⁹⁾ Vedi Sims e Sargent [40], e Sims [41].

di tutti i valori passati e presenti di Y_t . Inoltre con $P_t(Y^i/Y^j)$ si definisce il predittore ottimo non distorto dei minimi quadrati di Y^i dato l'insieme Y^j e con $\epsilon_t(Y^i/Y^j) = Y_t^i - P_t(X^i/Y^j)$, la serie degli errori di previsione la cui varianza $\sigma^2(Y^i/Y^j)$ è supposta indipendente dal tempo.

Allora, seguono le seguenti:

Definizione 1: (causalità non istantanea)

Y^j causa Y^i , e si indica generalmente con $Y^j \rightarrow Y^i$, qualora

$$\sigma^2(Y^i/\bar{Y}^D) < \sigma^2(Y^i/\bar{Y}^{D(j)})$$

Definizione 2: (causalità istantanea)

Y^j causa istantaneamente Y^i , e si indica con $Y^j \Rightarrow Y^i$, qualora

$$\sigma^2(Y^i/\bar{Y}^D, \bar{Y}^j) < \sigma^2(Y^i/\bar{Y}^D)$$

Definizione 3: (reazione o « feedback »)

Y^j causa Y^i e, viceversa, Y^i causa Y^j , cioè $Y^j \longleftrightarrow Y^i$, qualora

$$\sigma^2(Y^i/\bar{Y}^D) < \sigma^2(Y^i/\bar{Y}^{D(i)})$$

$$\sigma^2(Y^j/\bar{Y}^D) < \sigma^2(Y^j/\bar{Y}^{D(j)})$$

Granger dà anche la definizione di causalità ritardata, ma questa può essere vista come ulteriore specificazione della Definizione 1. La notazione qui utilizzata, sviluppa un suggerimento del Granger e mette in evidenza l'importanza dell'insieme D . A nostro avviso questo è un punto cruciale nella definizione di causalità e ci sembra eccessivamente semplificatoria, anche se statisticamente più agevole, la costruzione che finora si è fatta di tests di causalità fondati implicitamente sull'assunzione che l'insieme D contenga due sole serie temporali.

La cardinalità dell'insieme D dovrà venire scelta in qualche modo, come pure dovrà essere deciso quali serie storiche sono contenute nell'insieme Y_t^D .

Nella definizione di Granger è evidente la necessità di informazioni « a priori » sulle possibili relazioni casuali tra le variabili prescelte, in base alle quali predeterminare sia D che l'insieme Y_t^D .

Pierce e Haugh [16] considerano solo le definizioni 1 e 2 e da esse, assumendo ovvia l'uguaglianza logica $Y^i \Rightarrow Y^j = Y^j \Rightarrow Y^i$, costruiscono 256 possibili modelli di eventi casuali. Di essi i più rilevanti in pratica sono riportati nella tabella I. Tali autori propongono di cambiare la definizione di ottimalità del predittore $P_t(Y^i/Y^j)$ sostituendolo con quello cui corrisponde la minima media quadratica dell'errore (« MSE predictor »). Pierce [42] dimostra anche che le defini-

zioni viste, relative a predittori uniperiodali, valgono per predittori MSE multiperiodali nel caso di processi stocastici bivariati.

Il Granger sottolinea l'importanza delle definizioni date poiché è possibile sottoporre a verifica empirica le relazioni di causalità e di retroazione (feedback) causale. Inoltre ottiene un importante risultato attraverso la rappresentazione spettrale di un processo stocastico bivariato. Dimostra, infatti, che lo spettro incrociato (cross-spectrum) tra due variabili può essere scomposto in due parti, ciascuna delle quali è legata ad una singola direzione causale in un sistema con retroazione.

Il risultato ottenuto da Granger, permette a Sims [15] di dimostrare due importanti teoremi che collegano il concetto di stretta esogeneità econometrica di un processo stocastico con il concetto di causalità nel senso di Granger ed a Geweke [46] di mostrare che in un modello ad equazioni simultanee dinamico completo le variabili esogene causano le variabili endogene nel senso di Granger.

Si supponga, infatti, che $Y_t^D = \{X_t, Y_t\}$, sia cioè un insieme di due sole serie temporali congiuntamente stazionarie in covarianza interpretabile come un processo stocastico lineare bivariato; con il termine « stretta esogeneità econometrica », si definisce la condizione per cui il processo Y_t può essere espresso come una funzione (generalmente lineare) a ritardi distribuiti unidirezionale del processo X_t e con il processo dei disturbi u_t ortogonale per tutti i ritardi allo stesso processo X_t . Cioè:

$$(2.1) \quad Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} h_j X_{t-j} + u_t; \quad E(X_t u_s) = 0, \quad \forall t, s.$$

Di un processo stocastico lineare bivariato indeterministico, si può dare la seguente rappresentazione a media mobile [44]:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} X_t &= \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j \varepsilon_{t-j} + \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j \eta_{t-j} \\ Y_t &= \sum_{j=0}^{\infty} \gamma_j \varepsilon_{t-j} + \sum_{j=0}^{\infty} \delta_j \eta_{t-j} \end{aligned}$$

dove ε_t e η_t sono processi « white noise » mutuamente incorrelati con varianza unitaria.

Il primo teorema di Sims afferma che:

« Y_t non causa X_t secondo la definizione di Granger se, e solo se, gli α_j , oppure i β_j , possono essere scelti identicamente nulli ».

In base al risultato di questo teorema Sims dimostra il secondo teorema che suggerisce anche un « test statistico pratico » per la causalità unidirezionale. Esso afferma:

« Quando $\{X_t, Y_t\}$ ha una rappresentazione autoregressiva, Y_t può essere espresso come una funzione a ritardi distribuiti dei

valori correnti e passati di X_t , con un residuo che non è correlato con qualsiasi valore di X_t , sia passato che futuro, se e solo se, Y_t non causa X_t , nel senso di Granger ».

Si osservi che l'enunciato del teorema contiene la definizione di stretta esogeneità econometrica per il processo X_t .

Per rendere evidente questo fatto, si può utilizzare la dimostrazione della condizione sufficiente del teorema stesso.

Si supponga che il processo $\{X_t, Y_t\}$ ammetta anche una rappresentazione autoregressiva, cioè:

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \varepsilon_t &= \sum_{j=0}^{\infty} a_j X_{t-j} + \sum_{j=0}^{\infty} b_j Y_{t-j} \\ \eta_t &= \sum_{j=0}^{\infty} c_j X_{t-j} + \sum_{j=0}^{\infty} d_j Y_{t-j} \end{aligned}$$

Tale rappresentazione è ovviamente legata analiticamente alla rappresentazione a media mobile (2.2), ma in questa sede è opportuno evitare approfondimenti metodologici non indispensabili alla comprensione dei concetti sopra esposti. Può essere, invece, agevole per la dimostrazione, considerare il sistema (2.3) scritto in forma più compatta come segue:

$$(2.4) \quad \begin{aligned} \varepsilon_t &= a(L) X_t + b(L) Y_t \\ \eta_t &= c(L) X_t + d(L) Y_t \end{aligned}$$

dove L è l'operatore lineare dei ritardi, $LX_t = X_{t-1}$; $a(L)$, $b(L)$, $c(L)$ e $d(L)$ sono funzioni polinomiali, ad esempio $a(L) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j L^j$.

Anche la rappresentazione (2.2) può essere riscritta allo stesso modo. In particolare, si noti che se Y_t non causa X_t allora per il primo teorema di Sims $\beta(L)$ può essere scelto identicamente nullo⁽¹⁰⁾, quindi la rappresentazione (2.2) diviene:

$$(2.5) \quad \begin{aligned} X_t &= \alpha(L) \varepsilon_t \\ Y_t &= \gamma(L) \varepsilon_t + \delta(L) \eta_t \end{aligned}$$

Ma qualora il processo $\{X_t, Y_t\}$ ammetta una rappresentazione autoregressiva, la rappresentazione equivalente della (2.5) diventa:

$$(2.6) \quad \begin{aligned} \varepsilon_t &= a(L) X_t \\ \eta_t &= c(L) X_t + d(L) Y_t \end{aligned}$$

⁽¹⁰⁾ Il primo teorema afferma in realtà che anche $\alpha(L)$ può essere scelto identicamente nullo (potendo essere $\beta(L) \neq 0$). Ciò è in contraddizione con la scomposizione spettrale del Granger. Si può dimostrare, infatti, che ammettere l'alternativa nella scelta di $\alpha(L) \equiv 0$ oppure $\beta(L) \equiv 0$ conduce all'impossibilità di discriminare la direzione di causalità tra X_t e Y_t . La contraddizione può essere risolta qualora la scomposizione spettrale del Granger venga opportunamente reinterpretata alla luce del risultato ottenuto da Sims con il secondo teorema (cfr. [55]).

Sostituendo la prima equazione della (2.6) nella seconda equazione della (2.5), si ottiene:

$$(2.7) \quad Y_t = \gamma(L) a(L) X_t + \delta(L) \eta_t.$$

Ora, ponendo $u_t = \delta(L) \eta_t$, $\gamma(L) a(L) = h(L) = \sum_{j=0}^{\infty} h_j L^j$ e ricordando che $E[\varepsilon_t \delta(L) \eta_s] = E[a(L) X_t u_s] = 0$, per qualsiasi valore di t e di s , si ottiene l'identità tra la (2.7) e la (2.1).

L'equazione (2.7) è nota anche come *modello di regressione dinamica*.

Come si è detto questo risultato induce Sims a proporre, per i modelli econometrici comprendenti variabili esogene ed endogene ritardate, di utilizzare in via preliminare un test per la direzione di causalità. Infatti con la regressione di Y_t sui valori passati e futuri di X_t , utilizzando se necessario il metodo dei minimi quadrati generalizzati, qualora la direzione di causalità sia in un solo senso, ad esempio $X_t \rightarrow Y_t$, allora i valori futuri di X_t nella regressione dovranno avere dei coefficienti non significativamente diversi da zero.

Questi risultati, pur notevoli, sono tutti immediatamente deducibili dalla rappresentazione di un sistema dinamico nel dominio frequenziale, qualora l'ingresso e l'uscita del sistema costituiscano un processo stocastico lineare bivariato stazionario in covarianza [55].

2.2 Metodi per l'individuazione della causalità

Il problema di accertare l'esistenza ed individuare la direzione di causalità tra due variabili oltre ad essere stata studiata da Granger [13] e Sims [15], ha ricevuto notevoli contributi anche da Pierce e Haugh [16], Haugh [18], Caines e Chan [43] ⁽¹¹⁾.

Pierce e Haugh assumono anch'essi che l'insieme di informazione Y_t^p consista di sole due variabili X_t e Y_t e che esistano delle trasformazioni:

$$x_t = T_x X_t, \quad Y_t = T_y Y_t$$

tali che $\{x_t, y_t\}$ possa essere assunto come un processo stocastico lineare, non singolare, bivariato, indeterministico, congiuntamente stazionario in covarianza.

In pratica, le trasformazioni T_x e T_y consisteranno in operatori alle differenze semplici e stagionali, oppure trasformazioni logaritmiche o quelle suggerite da Box e Cox [50]. Tali trasformazioni sono invarianti rispetto ad ogni tipo di causalità (causality-preserving) nel

(11) Qui si è voluto richiamare i contributi ritenuti più significativi nel dibattito sui tests di causalità. Si rimanda alla bibliografia per un elenco più completo sull'argomento.

senso che qualsiasi evento causale vero per $\{x_t, y_t\}$ è vero anche per $\{X_t, Y_t\}$. L'insieme $\{x_t, y_t\}$ ammette la rappresentazione a media mobile (2.2) e, si ipotizza la esistenza della rappresentazione autoregressiva (2.3), con la necessaria precisazione che Pierce e Haugh impongono ai vettori « white noise » ε_t e η_t la seguente condizione meno restrittiva:

$$(2.8) \quad E \left\{ \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_s & \eta_s \end{bmatrix} \right\} = \begin{cases} \Sigma & \text{(definita positiva)} & t = s \\ 0 & & t \neq s \end{cases}$$

L'intendimento di Pierce e Haugh è quello di pervenire ad una ulteriore trasformazione di natura lineare « causality-preserving » che non permetta la presenza di « regressioni spurie », come può accadere qualora permangano in entrambe le serie una componente di varianza interpretabile con un modello lineare univariato.

Ipotizzando che tale componente possa essere espressa nella forma autoregressiva, il processo lineare bivariato $\{x_t, y_t\}$ può essere riscritto come segue:

$$(2.9) \quad \begin{bmatrix} F(L) & 0 \\ 0 & G(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_t \\ v_t \end{bmatrix}.$$

Il processo $\{u_t, v_t\}$ risulta come una componente del processo $\{x_t, y_t\}$ i cui termini non possono essere previsti in base alla sua storia passata. La trasformazione (2.9) è « causality-preserving » poiché la sua natura lineare assicura che i processi u_t e v_t sono causalmente legati allo stesso modo dei processi x_t e y_t .

Ovviamente, il processo $\{u_t, v_t\}$ potrà avere una rappresentazione autoregressiva, analoga alla (2.4), cioè:

$$(2.10) \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(L) & q(L) \\ r(L) & s(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t \\ v_t \end{bmatrix}.$$

E gli operatori della (2.4) saranno legati a quelli della (2.10) dalla seguente relazione:

$$(2.11) \quad \begin{bmatrix} a(L) & b(L) \\ c(L) & d(L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(L) & q(L) \\ r(L) & s(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(L) & 0 \\ 0 & G(L) \end{bmatrix}.$$

Al di là del problema della trasformazione o filtro lineare da utilizzare sulle serie x_t e y_t , rimane il problema della caratterizzazione della causalità e per questo, Pierce e Haugh suggeriscono di prendere in considerazione la funzione di correlazione incrociata:

$$(2.12) \quad \rho_{uv}(h) = \frac{E(u_{t-h}v_t)}{[E(u_t^2) E(v_t^2)]^{1/2}}$$

tra le serie « sbiancate » o filtrate $u_t = F(L)x_t$ e $v_t = G(L)y_t$.

Infatti la funzione (2.12) è strettamente legata a coefficienti di regressione di v_t su tutti i valori passati, presenti e futuri di u_t . Se

$$E(v_t/u_s; -\infty < s < \infty) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \xi_j u_{t-j} = \xi(L) u_t$$

allora si può costruire la seguente funzione regressiva bidirezionale:

$$(2.13) \quad v_t = \xi(L) u_t + f_t$$

dove f_t è un processo non correlato con il processo u_t per qualsiasi ritardo temporale. Va notato però che a causa del fatto che sia v_t che u_t , considerati separatamente, sono due processi « white noise », la condizione $E(v_t v_s) = E(u_t u_s) = 0$ per $t \neq s$, impone che $E(f_t f_s) \neq 0$ per $t \neq s$, a meno che $\xi(L)$ non sia costituito, al più, da un solo coefficiente non nullo. Il legame tra funzione di correlazione incrociata ed i coefficienti di regressione, può ora venire espresso come segue:

$$(2.14) \quad \rho_{uv}(k) = \xi_k (\sigma_u / \sigma_v).$$

Quindi in base al secondo teorema di Sims ed alla (2.14) si può arrivare a definire i differenti tipi di causalità, dei quali i più importanti sono riportati nella Tab. 1.

TABELLA 1. - Caratterizzazione della causalità per mezzo di $\rho_{uv}(k)$

Relazione	Restrizione su $\rho_{uv}(k)$
I x causa y	$\rho_{uv}(k) \neq 0$ per qualche $k > 0$
II y causa x	$\rho_{uv}(k) \neq 0$ per qualche $k < 0$
III Causalità istantanea	$\rho_{uv}(0) \neq 0$
IV Feedback	$\rho_{uv}(k) \neq 0$ per qualche $k > 0$ e per qualche $k < 0$
V y non causa x	$\rho_{uv}(k) = 0$ per tutti i $k < 0$
VI Causalità unidirezionale da x a y	$\rho_{uv}(k) \neq 0$ per qualche $k > 0$ e $\rho_{uv}(k) = 0$ per tutti i $k < 0$
VII x e y sono relate istantaneamente ed in nessun altro modo	$\rho_{uv}(k) = 0$ per tutti i $k \neq 0$ e $\rho_{uv}(0) \neq 0$
VIII x e y sono indipendenti	$\rho_{uv}(k) = 0$ per tutti i k

Per completezza, va aggiunto che in modo del tutto analogo si può ipotizzare la funzione di regressione bidirezionale:

$$(2.15) \quad u_t = \omega(L) v_t + g_t$$

ed allora:

$$(2.16) \quad \rho_{uv}(k) = \omega_k (\sigma_v / \sigma_u).$$

Inoltre per la relazione (2.9), utilizzando la (2.13) e la (2.15), si ha:

$$(2.17) \quad \begin{aligned} y_t &= \frac{F(L)}{G(L)} \xi(L) x_t + f_t' \\ x_t &= \frac{G(L)}{F(L)} \omega(L) y_t + g_t' \end{aligned}$$

dove $f_t' = f_t/G(L)$ e $g_t' = g_t/F(L)$.

Sims [15] ed altri utilizzano queste funzioni regressive bidirezionali per la caratterizzazione della causalità. Si suggerisce di stimare delle regressioni con i minimi quadrati ordinari dopo aver filtrato le serie temporali con uno stesso filtro prefissato per eliminare l'autocorrelazione nei residui. Pierce e Haugh [16] criticano questa procedura affermando che, qualora la predeterminazione del filtro conduca alla stima di un modello con la componente dei residui in cui permanga correlazione seriale, ciò può portare a decisioni erranee sulla significatività dei coefficienti di regressione, le cui varianze stimate saranno inevitabilmente distorte. Cioè si è indotti a decidere in favore dell'ipotesi di causalità, laddove questa non sussiste⁽¹²⁾.

Le relazioni (2.17) sono state generalizzate da Geweke [46] al caso vettoriale, evidenziando appunto i legami tra nozione di causalità e nozione di esogeneità econometrica. È interessante osservare che se \tilde{X} è un vettore $(X_{1t}, \dots, X_{kt})'$ di serie temporali e Y_t non causa \tilde{X} , il modello di regressione dinamico (2.1) assume la forma:

$$(2.18) \quad Y_t = \sum_{j=0}^k h_j(L) X_{jt} + u_t$$

dove u_t è un processo stocastico lineare non correlato con le variabili X_{jt} . Nei modelli econometrici strutturali sono di questa forma le *equazioni dinamiche fondamentali* o *forme finali* [si veda per es. (47) e (48)].

Ritornando al caso di due sole serie, la critica rivolta alla procedura utilizzata da Sims, viene superata secondo Pierce e Haugh, qualora sui residui autocorrelati, si utilizzi un'opportuna variante dei minimi quadrati generalizzati, ma ancor più viene preferita una procedura, che verrà chiamata di Haugh-Box-Pierce, basata sull'analisi delle funzioni di correlazione incrociata tra le serie ed articolata in vari stadi:

- a. Stima di un modello ARIMA univariato per ogni serie;
- b. Esame dei « patterns » di causalità tra le variabili (indipendenza, causalità unidirezionale, feedback);

⁽¹²⁾ Su questo argomento vedi pure [30].

- c. Specificazione dei modelli preliminari di serie temporali multiple o, se la causalità è unidirezionale, del modello di regressione dinamica (transfer function) tra x_t e y_t ;
- d. Stima dei parametri dei modelli;
- e. Verifica diagnostica dell'adeguatezza dei modelli e, se necessario, rpecificazione e nuova stima dei modelli.

La necessità di stimare modelli ARIMA univariati non è legata solamente alla necessità di utilizzare un filtro per le due serie al fine di eliminare l'eventuale causalità spuria dovuta alla componente evolutiva ed alla componente di varianza interpretabile come processo stocastico lineare. Ma anche al fatto che, qualora si operi su serie singolarmente autocorrelate, i valori stimati della correlazione incrociata possono risultare ingannevoli, poiché tali stime dipendono dai valori della funzione di autocorrelazione teorica di ogni singola serie, come è stato dimostrato dal Bartlett [51].

E' stato Haugh [45], a proporre la procedura in due stadi che elimina questo problema. Inizialmente vengono costruiti i modelli univariati delle serie in esame. I residui di questi modelli sono semplicemente le serie depurate dalla correlazione seriale e saranno definite come serie sbiancate (prewhitened). Successivamente sulle due serie sbiancate viene calcolata la funzione di correlazione incrociata che servirà a caratterizzare i diversi « patterns » causali.

Per l'analisi univariata di una serie temporale non stagionale z_t , Box e Jenkins [49] usano la classe di modelli ARIMA della forma:

$$(2.19) \quad \varphi(L)(1-L)^d z_t = \theta_0 + \theta(L)\epsilon_t$$

dove: $\varphi(L) = 1 - \varphi_1 L - \dots - \varphi_p L^p$ e $\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q$ ed ϵ_t è un processo « white noise ».

Si assume che le radici dei polinomi $\varphi(L) = 0$ e $\theta(L) = 0$ siano esterne al cerchio unitario (condizioni di stazionarietà ed invertibilità), e che non abbiano radici multiple. L'operatore $(1-L)^d$ è utilizzato per rappresentare processi non stazionari. Il polinomio $\varphi(L)$ è l'operatore autoregressivo; il polinomio $\theta(L)$ è l'operatore a media mobile. Quando la serie originale è stazionaria il parametro $d = 0$, mentre il parametro θ_0 è capace di rappresentare un trend deterministico.

Frequentemente le serie storiche economiche hanno una varianza non stazionaria e, in particolare, la varianza dipende spesso dal livello della serie. Se la variazione è proporzionale al livello della serie, la trasformazione logaritmica dovrebbe stabilizzare la varianza. In generale, per ottenere la stazionarietà, la serie originale Z_t è trasformata in z_t per mezzo della classe di trasformazioni proposte da Box e Cox [50] che comprende come caso speciale la trasformazione logaritmica.

Per le serie stagionali non stazionarie Box e Jenkins [49] propongono la classe di modelli:

$$(2.20) \quad \varphi(L) \Phi(L^s) (1-L)^d (1-L^s)^p z_t = \theta_s + \theta(L) \Theta(L^s) \varepsilon_t$$

dove $\varphi(L)$ e $\theta(L)$ sono definiti come sopra e dove $\Phi(L^s)$ e $\Theta(L^s)$ sono polinomi di grado P e Q , rispettivamente, in L^s , dove s rappresenta il numero di periodi per anno.

Dal momento che molte serie storiche economiche mensili o trimestrali mostrano un comportamento periodico marcato ($s = 12$ o $s = 4$), questa classe è molto importante per la costruzione di modelli sulle serie macroeconomiche. La classe di modelli (2.19) e la sua estensione al caso di serie stagionali (2.20) è sufficientemente flessibile così da fornire una stretta approssimazione per parecchi insiemi di dati omogenei, sia stazionari che non stazionari. Box e Jenkins [49] descrivono procedure per la « identificazione » del modello (determinazione dei valori di p, d, q, P, D, Q), stima dei parametri e verifica diagnostica della sua adeguatezza, in modo da trovare una classe di modelli ARIMA che siano parsimoniosi nei parametri (uso del rasoio di Ockam, postulato di semplicità di Jeffreys e Wrinch, principio di parsimonia, ecc...), ma adeguati per la descrizione della struttura di correlazione dei dati.

La qualità del modello ARIMA stimato è usualmente giudicata con la statistica Q di Box e Pierce [52].

$$Q_m = (N-d-sD) \sum_{k=1}^m r_{\varepsilon\varepsilon}^2(k) \sim \chi^2(m-p-q-P-Q).$$

dove $r_{\varepsilon\varepsilon}(k)$ sono i valori stimati della funzione di autocorrelazione calcolati sui residui ε_t .

Come è stato dimostrato da vari autori la statistica Q_m è imperfetta e perciò deve essere interpretata con cura. Particolarmente importante è l'analisi della serie ε_t per verificare se vi sono « outliers » rilevanti, i quali, se presenti possono distorcere le stime dei parametri così come i valori di Q_m ⁽¹⁹⁾. L'« intervention analysis » di Box e Tiao [53] permette di trattare i problemi posti dalla presenza di « outliers » nella serie ε_t . L'individuazione ed la manipolazione di questi valori è importante dato che possono esercitare un'influenza non dovuta nella fase di identificazione e di stima dei modelli di serie temporali.

Stimati i modelli delle serie x_t e y_t come processi ARIMA e ottenute le serie dei residui u_t e v_t date da:

$$\begin{aligned} \underline{u}_t &= \underline{F}(L) x_t \\ \underline{v}_t &= \underline{G}(L) y_t \end{aligned}$$

⁽¹⁹⁾ Vedi [47] e [48].

dove \underline{F} e \underline{G} sono una stima del filtro autoregressivo, il secondo stadio della procedura di Haugh è di calcolare la stima della funzione di correlazione incrociata tra \underline{u}_t e \underline{v}_t .

Tale stima, indicata con $r_{\underline{uv}}(k)$, è data da:

$$(2.21) \quad r_{\underline{uv}}(k) = \frac{\sum \underline{u}_{t-k} \underline{v}_t}{[\sum \underline{u}_t^2 \sum \underline{v}_t^2]^{1/2}}.$$

Essa sostituisce la correlazione incrociata teorica $\rho_{uv}(k)$, tra le innovazioni u_t e v_t .

Haugh [18] ha messo in evidenza che, sotto l'ipotesi di indipendenza causale tra le serie, la distribuzione asintotica della stima $r_{\underline{uv}}(k)$ e la distribuzione asintotica di $r_{uv}(k)$ coincidono. Più precisamente $r_{uv}(k)$ è asintoticamente distribuito come una V.C. normale multipla indipendente con media zero e varianza $1/n$, dove n è la numerosità campionaria.

Seguendo le indicazioni della Tab. 1, ogniqualvolta si ha un valore $r_{\underline{uv}}(k)$ significativamente diverso da zero si dovrà abbandonare l'ipotesi di indipendenza causale tra le serie e rilevare il senso della direzione della causalità. La decisione di rifiutare l'ipotesi di indipendenza causale tra le due serie può essere confermata (o meno) calcolando il test:

$$(2.22) \quad U = n \sum_{-M}^M r_{\underline{uv}}^2(k).$$

Il test U , sotto l'ipotesi di indipendenza causale, si distribuisce come una V.C. χ^2 con $2M + 1$ gradi di libertà ed M rappresenta un opportuno punto di troncamento della funzione di correlazione stimata, sufficientemente elevato per includere tutti i valori di correlazione stimati non nulli.

Anche per la causalità unidirezionale si possono costruire due tests analoghi ad U . Si deciderà per $x_t \rightarrow y_t$, se per un prefissato livello di significatività α , si ha:

$$(2.23) \quad n \sum_{k=1}^M r_{\underline{uv}}^2(k) > \chi^2(M)$$

e per $y_t \rightarrow x_t$, se:

$$(2.24) \quad n \sum_{k=-1}^{-M} r_{\underline{uv}}^2(k) > \chi^2(M).$$

Infine, per la causalità istantanea ⁽¹⁴⁾, se:

$$(2.25) \quad nr_{\underline{uv}}(0) > \chi^2(1).$$

⁽¹⁴⁾ Davies, Triggs e Newbold [54] suggeriscono precauzioni addizionali tali come quella di verificare la significatività degli elementi di più basso ordine della funzione di autocorrelazione per verificare se i modelli sono soddisfacenti. La statistica Q è particolarmente sensibile alla presenza di outliers nei dati. Dal momento che i valori di una serie sono al quadrato nel denominatore ma non al numeratore di coefficienti di autocorrelazione campionari, tali coefficienti e la statistica Q sono artificialmente depressi dalla presenza di outliers.

E' opportuno tener presente che questi due tests sono distorti in favore dell'ipotesi di nullità.

Haugh [18] deriva altri due tests, S e S^* , che, asintoticamente equivalenti ad U , in base ad esperimenti eseguiti con il metodo di Monte Carlo sono risultati più accurati:

$$(2.26) \quad S = n \sum_{k=-M}^M r_{uv}^2(k)$$

$$(2.27) \quad S^* = n^2 \sum_{k=-M}^M r_{uv}^2(k) (n - |k|)^{-1/2}.$$

La statistica S in base all'ipotesi di nullità è distribuita asintoticamente come $\chi^2(2M + 1)$. Se il valore S calcolato eccede $\chi_{\alpha}^2(2M + 1)$ si rifiuta l'ipotesi di indipendenza causale. La statistica S^* è solo leggermente modificata rispetto alla statistica S , ma Haugh mostra che in piccoli campioni essa approssima più strettamente la V.C. $\chi^2(2M + 1)$. Analogamente a S , l'ipotesi di indipendenza tra due serie sarà rigettata se il valore calcolato di S^* eccede $\chi_{\alpha}^2(2M + 1)$.

Sempre in base ai risultati asintotici di Haugh è possibile derivare una statistica S^{**} :

$$(2.28) \quad S^{**} = n^2 \sum_{k=-L_1}^{L_2} r_{uv}^2(k) (n - |k|)^{-1/2},$$

che è distribuita come una V.C. χ^2 con $(|L_1| + |L_2| + 1)$ gradi di libertà. L_1 è il numero dei ritardi temporali futuri, e L_2 è il numero dei ritardi temporali passati, entrambi scelti a priori. Risulta piuttosto evidente come la statistica S^{**} contenga come caso particolare S^* e possa essere utilizzata anche per la verifica dell'ipotesi di causalità unidirezionale. L'uso della statistica S^{**} ricorda strettamente la procedura di Sims [15].

La procedura di Haugh-Box-Pierce si conclude agli stadi a e b nel caso in cui si decida a favore dell'indipendenza causale tra le serie. In caso contrario, la funzione di correlazione incrociata stimata può fornire utili indicazioni per la direzione della causalità o per la presenza di feedback. E' necessario, però, tener presente che in quest'ultimo caso è opportuno procedere alla stima e verifica di un modello multivariato (stadi c , d , e della procedura di Haugh-Box-Pierce), poiché la stima dei parametri del modello può dare un'ulteriore conferma circa le ipotesi di causalità originariamente verificate.

3. I risultati empirici

Lo scopo di questa analisi è di caratterizzare le relazioni dinamiche tra alcune variabili macroeconomiche rilevanti (moneta, reddito e prezzi) generate dall'economia italiana per il periodo 1962.01-1979.04 utilizzando la metodologia Haugh-Pierce.

3.1. *I dati utilizzati*

I dati utilizzati sono a cadenza mensile e coprono il periodo 1962.01-1979.04. La moneta è misurata come $M1$ e $M2$, dove $M1 = CIRC + DCC$ ($CIRC$ = circolante del pubblico; DCC = depositi in conto corrente) e $M2 = M1 + DR$ (DR = depositi a risparmio). Il livello dell'attività economica in termini nominali è misurato dalla « proxy » fornita dal prodotto dell'indice della produzione industriale (rettificato per numero di giorni lavorati) per l'indice dei prezzi al consumo (YN). L'uso di questa « proxy » è reso necessario dalla mancanza di una serie mensile del GDP (Prodotto interno lordo) e del deflatore del GDP, che sono le più ampie misure del reddito in termini reali e dei prezzi. Una giustificazione per tale « proxy » è fornita dal fatto che indice dei prezzi al consumo e deflatore GDP tendono muoversi assieme e che il settore industriale fornisce una quota rilevante del GDP. Questa « proxy » del livello dell'attività economica nominale ha numerosi difetti. Servizi, pubblica amministrazione e agricoltura sono esclusi. Inoltre la produzione industriale ha un tasso di crescita del trend più elevato rispetto al GDP reale in quanto risponde più velocemente agli incrementi di produttività, mostrando inoltre oscillazioni più ampie nelle fasi cicliche di quelle del GDP nominale. Tuttavia quando l'interesse è concentrato sullo studio delle relazioni temporali e dei punti di svolta la « proxy » è accettabile. La rettifica dell'indice della produzione industriale è stata effettuata in modo da evitare l'introduzione di parametri nel modello che si compensino come effetto della mancanza di omogeneità dei dati.

3.2. *I modelli ARIMA stimati*

Seguendo la classica procedura iterativa di Box-Jenkins per la costruzione di modelli di serie storiche (identificazione-stima-verifica diagnostica) sono stati stimati i modelli ARIMA per $M1$, $M2$, PC e YN (« proxy » del livello dell'attività economica nominale). Per tutte le quattro serie, la detrendizzazione per raggiungere la stazionarietà è stata effettuata applicando gli operatori $(1 - L)$ ($1 - L^{12}$) al logaritmo della serie $M1$, $M2$, YN e $(1 - L)$ al logaritmo della serie PC . In realtà i modelli sono stati stimati utilizzando diversi valori di λ della classe di trasformazioni di Box e Cox (50). Le stime ottenute dei parametri dei modelli ed i valori della varianza dei residui mostrano che il λ ottimale per tutte e quattro le serie si ha quando λ è prossimo a zero, indicando che la trasformazione più appropriata è quella logaritmica. Nella tab. 2 sono riportati i modelli ARIMA stimati.

TABELLA 2. - Modelli ARIMA per YN, PC, M1 e M2: 1962.01-1979.04

Variabile	Modello
Reddito Nominale (YN)	$(1 - .4484L + .4902L^2 + .3482L^{24})(1 - L)(1 - L^{12}) \ln Y_t = .00062 + (1 - .7120L) \varepsilon_t$ <p>(5.35) (8.41) (6.04) (9.94)</p> $R^2 = .2151 \quad Q = 31.005 \quad D.F. = 30 \quad \sigma^2 = .001055$
Prezzi al consumo (PC)	$(1 - .4887L - .2299L^2)(1 - L) \ln PC = .00008 + (1 - .6826L^{12}) \varepsilon_t$ <p>(7.88) (8.67) (14.0)</p> $R^2 = .5530 \quad Q = 39.358 \quad D.F. = 30 \quad \sigma^2 = .000128$
Stock di moneta (M1)	$(1 - .1196L - .1875L^2 + .656L^{12})(1 - L)(1 - L^{12}) \ln M1 = .00019 + (1 + .2964L^{14} - .2085L^{13} - .4146L^{24}) \varepsilon_t$ <p>(2.47) (2.44) (10.97) (4.58) (3.46) (5.62)</p> $R^2 = .3964 \quad Q = 26.250 \quad D.F. = 30 \quad \sigma^2 = .000054$
Stock di moneta (M2)	$(1 - .1646L - .1449L^2 + .2082L^4 - .1614L^2)(1 - L)(1 - L^{12}) \ln M2 = .00004 + (1 - .7240L^{12}) \varepsilon_t$ <p>(2.70) (2.44) (3.28) (2.58) (15.5)</p> $R^2 = .3782 \quad Q = 19.214 \quad D.F. = 30 \quad \sigma^2 = .000036$

Tra parentesi, sotto i valori stimati, sono riportati i valori della V.C. t di Student.

Con l'eccezione del modello per PC, i modelli stimati sono piuttosto complessi e questo nonostante una riduzione di parametri sia stata conseguita con l'« intervention analysis », effettuata per correggere gli « outliers » osservati. In particolare per la « proxy » del livello dell'attività economica è stata utilizzata una variabile « impulso » che assume il valore 1 quando vi è un valore anomalo (scioperi) e 0 negli altri casi.

La stima dei coefficienti dei parametri (ϕ, δ) dei modelli ARIMA è stata effettuata con l'algoritmo di Marquardt (minimi quadrati non lineari) usando una tecnica di « back-forecasting » per stimare i valori a_t e z_t pre-campionari, e quindi minimizzando:

$$\sum_{t=-N}^n [\varepsilon_t]^2$$

per un qualche N grande.

Nelle tabb. 3 e 4 sono riportate le statistiche U , S e S^* calcolate ai vari ritardi temporali (lags) e la tab. 5 riassume i risultati circa l'esistenza e la direzione di causalità. Avendo verificato la presenza di causalità unidirezionale tra M_2 e YN e tra M_2 e PC , di feedback tra M_1 e YN e di indipendenza tra M_1 e PC , si tratta ora di vedere se tali relazioni sono invarianti nel periodo campionario.

Dal punto di vista della metodologia Haugh-Box-Pierce, esaminare la stabilità delle relazioni di causalità implica sottoporre a test

TABELLA 3. - Test U per verificare l'ipotesi di indipendenza tra due variabili

Test (+ lags futuri) (- lags passati)		Variabile di <i>politica economica</i>	Variabile di <i>condizione economica</i>	
			<i>YN</i>	<i>PC</i>
1	10	M_1	15.31	8.61
1	20		36.15*	20.52
1	30		45.99*	26.08
-1	-10	M_1	14.44	7.45
-1	-20		35.43*	21.40
-1	-30		42.57*	31.45
1	10	M_2	17.07*	18.50*
1	20		27.44	40.21*
1	30		35.18	46.16*
-1	-10	M_2	6.99	3.50
-1	-20		15.90	15.49
-1	-30		26.42	23.27

* Il test porta a decidere contro l'ipotesi di nullità di indipendenza causale tra le due serie (al livello di significatività del 10%).

TABELLA 4. - Test *S* e Test *S** per verificare l'ipotesi di indipendenza causale tra due variabili.

Test		Variabile di politica economica	Variabile di condizione economica			
-M	M		YN		PG	
			S	S*	S	S*
- 5	5	<i>M</i> ₁	14.69	14.88	3.88	3.42
-10	10		30.94*	31.87*	16.13	16.70
-15	15		49.61*	51.87*	30.84	31.02
-20	20		72.78*	77.57*	41.99	44.76
-25	25		80.14*	85.96*	49.07	52.78
-30	30		89.75*	97.23*	57.59	62.74
- 5	5	<i>M</i> ₂	15.37	15.52	6.92	7.01
-10	10		24.84	24.90	22.15	22.02
-15	15		36.07	37.43	49.87*	52.30*
-20	20		48.62	45.73	55.83*	59.19*
-25	25		50.28	53.32	61.29*	65.39*
-30	30		61.88	66.85	69.56*	75.04*

* idem tab. 3.

TABELLA 5. - Risultati sulla direzione di causalità tra variabili di politica economica e variabili di condizione economica.

Variabile di politica economica X \ Variabile di condizione economica Y		YN	PG
<i>M</i> ₁		↔	—
<i>M</i> ₂		→	→

Codice: — Serie indipendenti
 0 Causalità istantanea
 → X causa Y
 ← Y causa X
 ↔ Feedback

la costanza nel tempo dei modelli ARIMA da cui sono state ottenute le « innovazioni ». Se si rifiuta l'ipotesi di nullità di invarianza parametrica nel periodo campionario, allora possono essere prese in considerazione le relazioni causali precedentemente trovate.

La complessità dei modelli ARIMA stimati impedisce l'utilizzo dei tests « cusums » e « cusums squared » basati sulla tecnica delle

regressioni ricorsive proposte da Brown, Durbin e Evans (55). Essi avrebbero il grosso vantaggio di non richiedere nessuna conoscenza a priori del punto temporale in cui si verifica la sospetta variazione nella relazione di regressione, in quanto sottopongono a test la stabilità sull'intero periodo campionario. Quindi anche se questi tests sarebbero in grado di fornire con una certa approssimazione il punto temporale che suddivide la serie nei due sottoperiodi (qualora esista una effettiva variazione nei parametri), si deve, più semplicemente, far riferimento alle conoscenze a priori che si possiedono sulla serie temporale.

In accordo con la moderna teoria monetaria, la causalità unidirezionale da moneta a reddito si applica solo in condizioni di economia chiusa, dove l'offerta di moneta può essere correttamente trattata come « policy determined ». Una piccola economia aperta, come l'Italia, può essere trattata come chiusa solo in condizioni di cambi flessibili. Infatti nel caso di cambi fissi, assumendo perfetta sostituibilità tra titoli interni e titoli esteri, la domanda interna in eccesso di moneta ha come conseguenza un surplus nella bilancia dei pagamenti che incrementa l'offerta di moneta e che non può essere sterilizzata poiché i flussi di capitale si aggiustano istantaneamente assicurando l'uguaglianza tra tassi di interesse interni ed esteri. Dovremo quindi attenderci nel caso di cambi fissi causalità da reddito a moneta.

Nel periodo campionario 1962.01-1979.04 siamo stati in presenza di due regimi di cambi diversi: un regime negli anni '60, un altro regime negli anni '70.

Non intendiamo con questo affermare che negli anni '70 il prezzo della lira sia stato determinato puramente da forze di mercato. In effetti, il regime degli anni '70 può essere caratterizzato come « dirty-floating » o « controlled floating » data l'esistenza di interventi della Banca d'Italia indirizzati a smorzare i movimenti nel tasso di cambio. La distinzione tra esogeneità dell'offerta di moneta, in presenza di scambi flessibili, e endogeneità, in presenza di cambi fissi, può essere indebolita da questo fatto, ma non sufficientemente per rigettare la esistenza di regimi di cambi diversi tra anni '60 e '70. Quindi per sottoporre a test la stabilità delle relazioni causali conviene suddividere il campione in due parti, 1962.01-1969.12 e 1970.01-1979.04 e stimare i modelli ARIMA per i due sub-periodi, utilizzando naturalmente per i sub-periodi la stessa specificazione stimata sull'intero campione. Utilizzando una semplice generalizzazione del test F proposta da Chow (56) è possibile osservare differenze significative (al 10%) tra i parametri nei due subperiodi. Nella tab. 6 sono riportati i risultati del test.

TABELLA 6. - Test di stabilità per verificare l'ipotesi di costanza dei parametri per due diversi sub-periodi.

Test	YN	PC	M ₁	M ₂
F	2.73*	2.47*	2.19*	2.13*

* Il test porta a decidere contro l'ipotesi di nullità di costanza dei parametri nei due sub-periodi (al livello di significatività del 10%).

Avendo concluso che vi è evidenza di instabilità nei modelli ARIMA per l'intero periodo campionario 1962.01-1979.04, vengono ristimati i modelli ARIMA per il periodo 1970.01-1979.04. I risultati della stima sono riportati nella tab. 7. Caratteristica generale dei modelli stimati è quella di essere relativamente più semplici di quelli della tab. 2 e quindi di più facile interpretazione. I modelli ARIMA precedentemente stimati sono in un certo senso modelli «medi» sull'intero periodo.

Le serie YN, M₁ ed M₂ sono state rese stazionarie applicando il filtro $(1 - L)$ ($1 - L^2$) ai logaritmi delle stesse (λ della trasformazione di Box e Cox non significativamente diverso da zero). La serie PC è stata resa stazionaria con il filtro $(1 - L)$.

Nelle tabb. 8 e 9 sono riportati i valori delle statistiche U, S e S*. La tab. 10 contiene i risultati circa l'esistenza e la direzione di causalità. Rispetto alla tab. 5 è rimarchevole l'assenza di causalità tra M₁ e YN e PC. I risultati ottenuti rafforzano l'opinione corrente che per l'Italia la definizione corretta di moneta è M₂.

Avendo stabilito l'esistenza di causalità unidirezionale da M₂ a YN e PC è possibile passare alla stima dei modelli di regressione dinamica tra YN e M₂ e PC e M₂.

3.3. I modelli di regressione dinamica

Come si è detto nella sezione 2.2, la procedura di Sims presenta una distorsione verso l'alto, cioè a sfavore dell'ipotesi di nullità di indipendenza causale tra le serie. A sua volta Sims, nel commento che segue un articolo di Pierce (33), critica il test di Haugh-Box-Pierce affermando che esso è distorto verso il basso, cioè a favore dell'ipotesi di nullità di indipendenza causale. Ciò perché il modello postulato da Pierce e Haugh è quello riportato in (2.17), cioè:

$$G(L)Y_t = F(L)\xi(L)X_t + f_t'$$

e con la procedura iterativa proposta si assume inizialmente che $\xi(L) \equiv 0$ in modo da stimare i polinomi $G(L)$ e $F(L)$; successivamente,

TABELLA 7. - Modelli ARIMA per YN, PC, M1 e M2: 1970.01-1979.04.

Variabile				
Reddito Nominale (YN)	$(1 - .1705L^6 + .3596L^{12} + .3528L^{18} + .2225L^{24})(1 - L)(1 - L^{12}) \ln YN_t = (1 - .2398L) \varepsilon_t$			
	(2.61) (3.43) (4.34) (2.99)		(7.37)	
	$R^2 = .2797$	$Q = 21.36$	$D.F. = 30$	$\sigma^2 = .00146$
Prezzi al consumo (PC)	$(1 - .62488L - .34236L^2)(1 - L) \ln PC_t = \varepsilon_t$			
	(9.22) (4.90)			
	$R^2 = .8365$	$Q = 26.11$	$D.F. = 30$	$\sigma^2 = .0000234$
Stock di moneta (M1)	$(1 - .02121L)(1 - L)(1 - L^{12}) \ln M1_t = (1 - .08220L^{12})(1 + .2365L^2 + .2577L^4) \varepsilon_t$			
	(2.49) (10.83) (2.87) (2.89)			
	$R^2 = .436$	$Q = 16.23$	$D.F. = 30$	$\sigma^2 = .000097$
Stock di moneta (M2)	$(1 + .5217L^{12})(1 - L)(1 - L^{12}) \ln M2_t = .00087 + (1 - .2053L^4) \varepsilon_t$			
	(5.61) (1.82) (3.87)			
	$R^2 = .4327$	$Q = 19.27$	$D.F. = 30$	$\sigma^2 = .000364$

Tra parentesi, sotto i valori stimati, sono riportati i valori della V.C. t di Student.

TABELLA 8. - *Test U per verificare l'ipotesi di indipendenza causale tra due variabili*

Test (+ lags futuri) (- lags passati)		Variabile di politica economica	Variabile di condizione economica	
			YN	PC
1	10	M_1	11.23	5.55
1	20		27.67	24.01
1	30		36.58	28.24
-1	-10	M_1	7.81	10.54
-1	-20		17.16	19.17
-1	-30		22.39	23.32
1	10	M_2	21.76*	20.77*
1	20		27.83	40.36*
1	30		32.02	48.58*
-1	-10	M_2	5.37	5.25
-1	-20		10.81	10.45
-1	-30		19.66	15.24

* idem tab. 3.

TABELLA 9. - *Test S e Test S* per la verifica dell'ipotesi di indipendenza causale tra due variabili*

Test		Variabile di politica economica	Variabile di condizione economica			
			YN		PC	
-M	M		S	S*	S	S*
-5	5	M_1	9.19	9.33	4.73	4.80
-10	10		19.42	20.53	17.43	18.05
-15	15		32.88	35.93	32.37	35.94
-20	20		45.19	51.29	44.51	50.92
-5	5	M_2	18.56*	18.84*	7.30	7.44
-10	10		28.37	29.56*	27.33	29.31*
-15	15		33.48	35.39	42.42*	46.77*
-20	20		39.58	42.90	52.11*	58.06*

* idem tab. 3.

TABELLA 10. - Risultati sulla direzione di causalità tra variabili di politica economica e variabili di condizione economica

Variabile di politica economica X	Variabile di condizione economica Y	YN	PC
	M_1		—
M_2		→	→

Codice: — Serie indipendenti
 0 Causalità istantanea
 → X causa Y
 ← Y causa X
 ↔ Feedback

in base ai valori di $\underline{u}_t = F(L)X_t$ e $\underline{v}_t = G(L)Y_t$ si verifica se $\xi(L) = 0$. La distorsione in favore dell'ipotesi di nullità è evidente, perché assumere inizialmente $\xi(L) = 0$ equivale ad escludere dall'equazione tutte le variabili del tipo $F(L)X_t$, imponendo un modello in cui tutte queste siano riassunte nella storia passata di Y_t . Quindi \underline{v}_t può venire depurato in parte o completamente della variabilità dovuta a variabili del tipo $F(L)X_t$. Successivamente la correlazione incrociata tra \underline{u}_t e \underline{v}_t difficilmente potrà mettere in evidenza relazioni di causalità. Si può concludere che, qualora la funzione di correlazione sia comunque significativamente diversa da zero, « a fortiori », va accettata l'ipotesi di causalità. Per contro, se la funzione di correlazione non è significativamente diversa da zero, la procedura Haugh-Box-Pierce dovrebbe ritenersi inconclusiva⁽¹⁵⁾. I risultati empirici ottenuti nella sezione 3.2, che mostrano l'esistenza di causalità unidirezionale da M_2 a YN e PC , devono dunque essere interpretati con la dovuta cautela.

Per identificare la forma dei modelli di regressione dinamica tra YN e M_2 e PC e M_2 al posto della tecnica con due filtri di Haugh-

⁽¹⁵⁾ Sims nel commento a Pierce (33), partendo da queste premesse sembra non trarre le stesse conclusioni. Afferma infatti: «... results showing feedback in both directions are asymptotically legitimate, since feedback in each direction apparently showed up in a test biased against finding feedback. The findings of no relation are also legitimate... (Results showing unidirectional causality) should be read simply as rejections of the null hypothesis of no relation, with no further conclusion».

Qualche perplessità, invece, rimane negli autori della presente nota circa la dipendenza del test, basato sulle stime della funzione di correlazione incrociata, dalla molteplicità di modelli univariati che possono essere utilizzati per la determinazione dell'innovazione v_t .

Box-Pierce verrà seguita la metodologia classica di Box e Jenkins la quale, utilizzando un filtro unico per ambedue le serie, come si vedrà qui di seguito, risulta chiaramente preferibile. Si consideri la seguente relazione causale unidirezionale tra Y_t e X_t :

(3.1)

$$(1 - \delta_1 L - \dots - \delta_r L^r) Y_t = (w_0 - w_1 L - \dots - w_s L^s) X_{t-h} + e_t$$

o nella forma piú compatta:

(3.2)
$$Y_t = \frac{w(L)}{\delta(L)} X_{t-h} + e_t$$

dove e_t è un processo lineare non correlato con X_t , definito da:

(3.3)
$$\varphi_e(L) e_t = \vartheta_e(L) \varepsilon_t$$

ed ε_t è un processo « white noise ».

La forma del modello (3.2) può essere identificata usando due filtri per sbiancare Y_t e X_t od un unico filtro per ambedue le serie. I modelli ARIMA univariati di X_t e Y_t sono dati da:

(3.4)
$$\varphi_x(L) X_t = \vartheta_x(L) x_t$$

(3.5)
$$\varphi_y(L) Y_t = \vartheta_y(L) y_t$$

Dalla (3.5), utilizzando opportunamente le espressioni (3.4), (3.3) e (3.2), si ottiene:

(3.6)
$$y_t = \frac{w(L)}{\delta(L)} \frac{\vartheta_x(L)}{\varphi_y(L)} \frac{\varphi_y(L)}{\vartheta_y(L)} L^h x_t + \frac{\varphi_y(L)}{\vartheta_y(L)} \frac{\vartheta_e(L)}{\varphi_e(L)} \varepsilon_t.$$

La (3.6) dimostra che la relazione causale unidirezionale (3.2) tra Y_t e X_t può essere trasformata (le trasformazioni sono « causality-preserving » per quanto detto nella sezione 2.2) e ricondotta ad una relazione causale unidirezionale tra le innovazioni y_t e x_t .

Il vantaggio di utilizzare un unico filtro, si ha per la semplificazione dell'espressione (3.6). Infatti, qualora $\varphi_y(L) = \varphi_x(L)$ e $\vartheta_y(L) = \vartheta_x(L)$, allora:

(3.7)
$$y_t = \frac{w(L)}{\delta(L)} L^h x_t + \frac{\varphi_y(L)}{\vartheta_y(L)} \frac{\vartheta_e(L)}{\varphi_e(L)} \varepsilon_t.$$

Si ottiene, cioè, la stessa funzione di trasferimento $v(L) = w(L) L^h / \delta(L)$ della (3.2). L'utilizzare una procedura a due stadi che preveda, come secondo, l'identificazione della funzione di trasferimento tra le innovazioni y_t e x_t , cioè:

(3.8)
$$y_t = \frac{w'(L)}{\delta'(L)} x_t + e_t'$$

potrebbe portare ad una semplificazione della struttura della funzione di trasferimento, può però far sorgere alcuni problemi riguardo al livello di significatività con cui devono essere giudicati i parametri, problemi del resto impliciti in ogni procedura iterativa, e non di

meno il sospetto che sulla stima di $v'(L) = w'(L) / \delta'(L)$ si rifletta lo stesso tipo di distorsione nel valutare la significatività statistica dei pesi v'_k propria della procedura Haugh-Box-Pierce.

La funzione di trasferimento $v(L)$ è direttamente legata alla funzione di correlazione incrociata $\rho_{xy}(k)$, tra x_t e y_t , dove y_t si suppone ottenuto applicando lo stesso filtro di X_t nella (3.4), cioè:

$$(3.9) \quad \varphi_w(L) Y_t = \vartheta_x(L) y_t.$$

Infatti, moltiplicando entrambi i membri della (3.7) per x_{t-k} e considerando il loro valore atteso si ottiene:

$$(3.10) \quad \gamma_{xy}(k) = v_k \sigma_x^2 \quad \text{da cui} \quad \rho_{xy}(k) = v_k \sigma_x^2 / \sigma_y^2$$

dove $\gamma_{xy}(k)$ è la covarianza incrociata e σ_x^2 è la varianza del processo x_t . Tale risultato è immediatamente evidente, qualora si consideri che il processo x_t non è autocorrelato e, per di più, non è correlato con ε_t per nessun valore del ritardo temporale k . Inoltre è anche evidente l'analogia formale con la (2.14). In base alla (3.10) i valori dei pesi

di $v(L) = \sum_{k=0}^{\infty} v_k L^k$, risultano direttamente proporzionali ai valori

della correlazione incrociata tra x_t e y_t . È sufficiente allora, per ottenere una stima della funzione di trasferimento, rifarsi alla stima $r_{xy}(k)$ della funzione di correlazione $\rho_{xy}(k)$, la cui espressione è formalmente analoga alla (2.21).

Box e Jenkins (49), seguendo Bartlett (58), mostrano come la covarianza della stima delle funzioni di correlazione incrociata dipenda dai valori delle funzioni di autocorrelazione teorica di ogni singola serie. Solo nell'ipotesi in cui due serie non siano tra loro correlate ed una di esse, x_t , sia un processo « white noise », allora la covarianza delle stime si riduce ad essere:

$$\text{cov} [r_{yx}(k), r_{yx}(k+1)] \simeq (n-k)^{-1} \rho_{yy}(1)$$

$$\text{var} [r_{yx}(k)] \simeq (n-k)^{-1}$$

da cui:

$$\text{corr} [r_{yx}(k), r_{yx}(k+1)] \simeq \rho_{yy}(1)$$

Cioè, anche quando le serie y_t e x_t non sono correlate le stime della loro funzione di correlazione incrociata sono comunque correlate e la loro funzione di correlazione assume lo stesso « pattern » sistematico di $\rho_{yy}(1)$ con una deviazione standard di $(n-k)^{-1/2}$.

Ciò permette di dare una valutazione del correlogramma tra y_t e x_t arrivando all'identificazione della funzione di trasferimento. Box e Jenkins (49) suggeriscono diversi esempi di modelli di funzioni di trasferimento a seconda del « pattern » assunto dai pesi v_k .

Accanto all'identificazione della funzione di trasferimento è necessario identificare il modello della componente erratica e_t . I residui \underline{e}_t che sostituiscono i valori ignoti e_t , possono essere ottenuti in base alle stime iniziali $\underline{w}(L) / \underline{\delta}(L)$ calcolando:

$$(3.11) \quad \underline{e}_t = Y_t - \frac{\underline{w}(L)}{\underline{\delta}(L)} X_{t-b}$$

Se usualmente si procede in tal modo, per altra via, il computo dei residui \underline{e}_t si può fondare sui valori iniziali dei pesi v_k ottenuti dalla funzione di correlazione incrociata $r_{yx}(k)$.

del modello ARIMA per la componente erratica in base alla funzione

Ottenuti i valori dei residui, si potrà procedere all'identificazione di autocorrelazione $r_{e_t e_t}(k)$.

Dunque, a seguito dell'identificazione del modello di regressione dinamico, si ottengono anche tutti i valori iniziali dei parametri del modello (3.2) che viene qui riscritto in modo esteso:

$$(3.11) \quad Y_t = \delta_1 Y_{t-1} + \dots + \delta_r Y_{t-r} + \\ + \omega_0 X_{t-b} - \omega_1 X_{t-b-1} - \dots - \omega_s X_{t-b-s} + e_t$$

dove

$$(3.12) \quad e_t = \frac{(1 - \vartheta_{a1}L - \dots - \vartheta_{aq}L^q)}{(1 - \varphi_{p1}L - \dots - \varphi_{pp}L^p)} \varepsilon_t$$

La stima dei coefficienti della funzione di trasferimento (o modello di regressione dinamica) è ottenuta usualmente per mezzo di un qualche algoritmo di regressione non lineare, analogamente alla stima dei modelli univariati, con l'unica eccezione che non vi è possibilità di utilizzare la tecnica di « back-forecasting ».

Assumendo l'ipotesi che ε_t sia un processo « white noise » normale è possibile ottenere stime asintoticamente equivalenti alla massima verosimiglianza minimizzando la somma:

$$(3.13) \quad S(\underline{\delta}, \underline{w}, \underline{\varphi}, \underline{\vartheta}) = \sum_{t=1}^n [\varepsilon_t]^2$$

$$\text{dove} \quad [\varepsilon_t] = E(\varepsilon_t / b, \underline{\delta}, \underline{w}, \underline{\varphi}, \underline{\vartheta}; \underline{X}_0', \underline{Y}_0', \underline{\varepsilon}_0')$$

Se i valori iniziali $(\underline{X}_0', \underline{Y}_0', \underline{\varepsilon}_0')$, precedenti cioè la prima osservazione (X_1, Y_1) fossero noti, non sorgerebbe alcun problema computazionale per la (3.13). In realtà, la somma $S(\underline{\delta}, \underline{w}, \underline{\varphi}, \underline{\vartheta})$ verrà calcolata partendo da un valore iniziale di t per cui tutti i valori precedenti sono noti. Se le serie (X_t, Y_t) sono sufficientemente lunghe, le stime ottenute in questo modo sono equivalenti a quelle ottenibili qualora tutti i valori iniziali fossero disponibili. Lo stimatore effettivamente utilizzato è quindi quello che minimizza la somma

$$(3.14) \quad S(\delta, w, \varphi, \vartheta) = \sum_{t=m+p+1}^n [\varepsilon_t]^2$$

dove

$$m = \max(x, s+b)$$

Lo stimatore della varianza residuale è ottenuto per mezzo di

$$\underline{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{n - r - 2s - b - 2p - q - 1} S(\delta, w, \varphi, \vartheta)$$

La matrice di covarianza del vettore $\underline{\beta}$ formato da tutte le stime $(\delta, w, \varphi, \vartheta)$ è ottenuta dall'espressione approssimata:

$$V(\underline{\beta}) \approx 2 \underline{\sigma}_\varepsilon^2 (H)^{-1}$$

dove

$$H = \left| \frac{\delta^2 S(\underline{\beta})}{\delta \beta_i \delta \beta_j} \right|_{\beta = \underline{\beta}}$$

è la matrice Hessiana calcolata nel punto di convergenza. L'algoritmo utilizzato usualmente per minimizzare la (3.14) è quello di Levenberg-Marquardt o una sua qualche variante.

La verifica diagnostica di una corretta identificazione di un modello di regressione dinamico non si fonda solo sui test statistici dei parametri, ma anche sull'analisi dei residui $\underline{\varepsilon}_t$ del modello stimato. I tests utilizzati sono gli stessi riportati nelle tabb. 2 e 7, ai quali va aggiunta la verifica sulla correlazione incrociata tra y_t e $\underline{\varepsilon}_t$: nel caso di corretta identificazione del modello, i residui $\underline{\varepsilon}_t$ non presenteranno valori di autocorrelazione significativamente diversi da zero, in corrispondenza ai ritardi temporali $k \neq 0$ e per di più, anche i valori di correlazione incrociata non dovranno essere significativamente diversi da zero, qualsiasi sia k .

3.4. Stima dei modelli di regressione dinamica e previsione

L'esame dei risultati di una stima preliminare della funzione di trasferimento tra $M2$ e PC mostra la presenza di un certo numero di residui piuttosto elevati per i primi mesi del 1974. Del resto, l'esame dei saggi di variazione percentuale dell'indice dei prezzi al consumo indica che il suo saggio di variazione è cresciuto come risultato della crisi petrolifera di fine 1973. È quindi necessario stimare una funzione di trasferimento implicante l'uso di variabili « dummy », attraverso la « *intervention analysis* ». Essa, infatti, permette di trattare eventi anomali od altre forme di effetti non facilmente quantificabili. La funzione di trasferimento da sottoporre a stima contiene quindi due variabili input, X_{1t} e X_{2t} , dove X_{2t} è una variabile « dummy » che

assume valori 0 e 1 per descrivere l'accadimento o il non accadimento di un intervento. Le variabili « dummy » particolarmente utili per rappresentare un tale comportamento sono le seguenti:

- (i) variabile « dummy » che ha la forma di una funzione a gradino, cioè che assume il valore 0 prima di un cambiamento e valore 1 dopo tale cambiamento

$$(X_{2t}^{(s)}; X_{2t}^{(s)} = 1 \text{ per } t \geq T \text{ e } X_t^{(s)} = 0 \text{ per } t < T)$$

- (ii) variabile « dummy » che ha la forma di una funzione impulsiva, cioè che assume il valore di 1 in corrispondenza di un evento anomalo e 0 altrove.

$$(X_t^{(p)}; X_t^{(p)} = 1 \text{ per } t = T \text{ e } X_t^{(p)} = 0 \text{ per tutte le altre osservazioni}).$$

Queste semplici variabili « dummy », assieme alla loro funzione di trasferimento $w(L) / \delta(L)$, sono capaci di rappresentare parecchie forme di intervento. Alcuni semplici casi sono:

- (i) Effetto di una funzione a gradino: $Y_t = w_0 X_{2t}^{(s)}$
 (ii) Effetto di una variazione impulsiva (« outlier »): $Y_t = w_0 X_t^{(p)}$
 (iii) Effetto di una variazione «quasi-impulsiva»: $Y_t = (w_0 - w_1 L) X_{2t}^{(p)}$
 (iv) Effetto di una funzione «quasi a gradino»: $Y_t = (w_0 - w_1 L) X_{2t}^{(s)}$
 (v) Effetto di una variazione impulsiva che decresce esponenzial-

$$\text{mente: } Y_t = \frac{w_0}{1 - \delta(L)} X_{2t}^{(p)}$$

- (vi) Effetto di una funzione gradualmente crescente che converge ad una costante:

$$Y_t = \frac{w_0}{1 - \delta(L)} X_t^{(s)}$$

- (vii) Effetto di una funzione linearmente crescente:

$$Y_t = \frac{w_0}{1 - L} X_t^{(s)}$$

- (viii) Effetto di anticipazione: $Y_t = \frac{-w_1 L}{1 - \delta_1 L} + \frac{w_2}{1 - \delta_2 F} X_{2t}^{(p)}$

dove $F = L^{-1}$ è l'operatore degli anticipi (leads) temporali, cioè $L^{-m} X_t^{(p)} = X_{t+m}^{(p)}$.

La presenza di variabili di intervento o « dummy » comporta una ovvia estensione del modello di regressione dinamica (3.2), che diverrà formalmente analogo a quello visto in (2.18), cioè:

$$Y_t = \sum_{i=1}^m \frac{w_i(L)}{\delta_i(L)} X_{it} + e_t$$

dove tra le variabili X_u sono incluse anche le variabili di intervento. Nel caso specifico $m = 2$ e la variabile di intervento prescelta è stata la (i), poiché si è supposto un effetto repentino nelle variazioni dei prezzi in seguito alla crisi petrolifera.

I valori finali delle stime della funzione di trasferimento tra i prezzi al consumo e la moneta sono risultati i seguenti:

$$(4.1) \quad (1-L) \ln PC_t = (.17690 + .1586L^4 + .21800L^6) (1-L) (1-L^{13}) \ln M2_{t-9}$$

(2.58) (2.19) (3.07)

$$+ .009398 QOIL_t + \frac{\varepsilon_t}{(1 + .47444L + .36518L^6)}$$

(3.31) (5.05) (3.85)

Il confronto con la varianza dei residui del modello univariato non può essere effettuato in base alla tab. 7, dovendosi tener conto del numero di valori iniziali molto più elevato per il modello bivariato, determinato dall'ordine più elevato delle potenze dell'operatore L . Rendendo omogeneo il confronto tra i due modelli, la somma dei quadrati dei residui per il modello ARIMA risulta $2,2448 \times 10^{-3}$, mentre per il modello dinamico bivariato si ha $1,7748 \times 10^{-3}$. Se si considerano i diversi gradi di libertà, il guadagno in termini di variabilità spiegata, passando dal modello ARIMA alla funzione di trasferimento, è pari al 17,1%. L'amplificazione (gain) dello stock di moneta sui prezzi risulta uguale a 0,5535. Questo valore può essere interpretato come il tasso di variazione dei prezzi che si ha quando il sistema perviene all'equilibrio, avendo ricevuto una sollecitazione unitaria nell'input rappresentato dal tasso di variazione destagionalizzato dello stock di moneta. In altri termini, quando il tasso di variazione di $M2$ aumenta dell'1% in un certo mese dell'anno e poi rimane costante, la risposta del sistema, a parità di altre condizioni, è costituita da una variazione nel tasso di variazione dei prezzi pari allo 0,1769% dopo nove mesi; successivamente, non si hanno ulteriori incrementi fino al 13° mese in cui il tasso di variazione cresce ancora di uno 0,1586% e nel 14° mese di uno 0,218%, raggiungendo così lo stato di equilibrio con una variazione complessiva dello 0,5535%.

La stima della funzione di trasferimento tra reddito nominale e moneta è risultata:

$$(4.2) \quad (1-L) (1-L^{13}) \ln YN_t = 2,2446 (1-L) (1-L^{13}) \ln M2_{t-1}$$

(5.52)

$$+ \frac{(1 - .3667L - .55482L^{11})}{(1 + .5705L^{13} + .7131L^{24})} \varepsilon_t$$

(3.77) (6.19) (6.09) (8.36)

Con una varianza dei residui pari a 0.00132 piú piccola della varianza dei residui del modello univariato.

L'analisi dei residui ha portato alle medesime conclusioni viste per la funzione di trasferimento precedente. L'amplificazione risulta, in questo caso, pari a 2.24. Ciò significa che una variazione costantemente unitaria del tasso di variazione dello stock di moneta produce un incremento piú che doppio nel tasso di variazione del reddito nominale.

In base alla funzione di trasferimento (4.1) è stata effettuata una previsione dei prezzi al consumo relativa al periodo 1979.05-1980.04, utilizzando una previsione « ex-ante » della variabile $M2$, sulla scorta del relativo modello univariato. I risultati della previsione sono riportati nella fig. 1 e le relative statistiche nella tab. 11.

4. Conclusioni

La definizione di « causalità » data dal Granger, sta suscitando severe critiche nella odierna letteratura statistica ed econometrica fino al punto di contrapporre due differenti scuole. Da una parte gli econometrici tradizionali i quali sostengono la necessità di un modello della teoria economica che preceda la verifica empirica. Essi negano che la verifica empirica costituisca un criterio di confermabilità del modello, mentre sembra a loro di scorgere tale caratteristica nella definizione di Granger e nelle procedure dei tests di causalità.

Dall'altra parte i sostenitori di una precedenza logica dei test di causalità rispetto alla stessa definizione del modello teorico, affermano che non sempre la teoria è inequivoca nel definire una variabile economica come esogena od endogena nel modello. Di qui la necessità di utilizzare una regola di decisione sulle variabili da inserire nel modello, al di fuori della teoria, fondata sulla verifica empirica. Il dibattito non mancherà di impegnare ancora per lungo tempo econometrici e statistici.

È nostra opinione che prima di arrivare ad un rifiuto od accettazione dei tests di causalità, molto debba essere fatto passando dall'analisi bivariata a quella multivariata⁽¹⁰⁾. È metodologicamente fragile una procedura che affida la definizione di una relazione di causalità (nel senso di Granger) ad un test che confronta solo due variabili, costringendo il ricercatore ad eliminare gli effetti di altre variabili del sistema economico attraverso l'uso di filtri « differenza ».

(10) Vedi (60).

FIG. 1. - Previsione dell'indice generale dei prezzi al consumo. Origine previsioni: Aprile 1979.

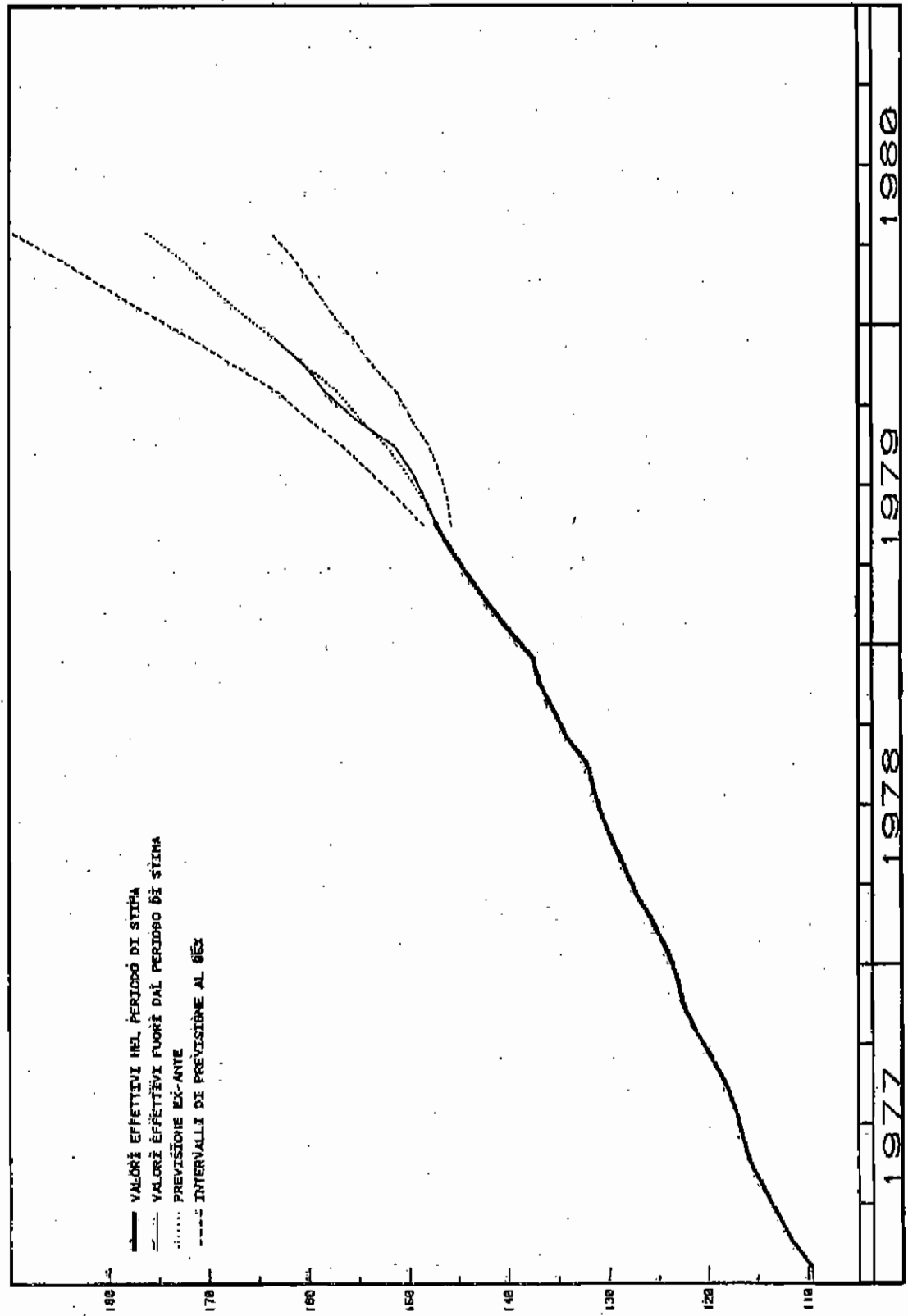


TABELLA 11. - *Confronto tra valori effettivi e valori previsti dell'indice dei prezzi al consumo: 1979.05 - 1980.04*

Periodo	Valori effettivi	Valori previsti	Saggio di variazione effettivo	Saggio di variazione previsto
1979.05	147.30	147.28	1.10	1.08
.06	148.50	148.72	0.81	0.98
.07	149.80	150.47	0.88	1.18
.08	151.60	152.41	1.20	1.20
.09	155.50	155.01	2.57	1.71
.10	158.50	157.21	1.93	1.42
.11	160.00	160.51	1.32	2.10
.12	163.50	163.54	1.81	1.89
1980.01		166.96		2.09
.02		169.98		1.81
.03		172.92		1.73
.04		176.41		2.02

Somma dei saggi di variazione effettivi nel periodo 79.05-79.12 = 11.62%

Somma dei saggi di variazione previsti nel periodo 79.05-79.12 = 11.65%

Somma dei saggi di variazione previsti nel periodo 79.05-80.04 = 19.30%

Saggio di variazione previsto al 1980.04 rispetto al 1979.04 = 21.08%

Coefficiente di corr. = 0.9947 (al quadr. = 0.9894)

Scarto quadr. medio = 0.6245

Errore medio assoluto = 0.4500

Errore medio = 0.0250

Coefficiente di regressione valori effettivi su previsti = 1.044

Coefficiente di disuguaglianza di Theil = 0.002021

Frazione di errore dovuta a distorsione = 0.001603

Frazione di errore dovuta alla differente variazione = 0.1778

Frazione di errore dovuta alla differente covariazione = 0.8206

Scomposizione alternativa (ultime 2 componenti):

Frazione di errore dovuta alla differenza del coefficiente di regressione rispetto all'unità = 0.1398

Frazione dell'errore dovuta alla varianza residuale = 0.8586

« autoregressivi » e « media mobile ». Si pensi alla molteplicità di filtri che possono ugualmente produrre innovazioni non autocorrelate.

Poiché le relazioni causali sono basate sulla procedura Haugh-Box-Pierce i cui tests sono di potenza relativamente bassa rispetto alle ipotesi alternative, è possibile supporre l'invarianza di tali tests rispetto all'uso alternativo di filtri diversi? ⁽¹⁷⁾

⁽¹⁷⁾ Vedi (59).

Questi interrogativi aprono interessanti spazi alla ricerca, alcuni dei quali si sta già tentando di percorrere.

Il contributo di questo lavoro, per quanto detto non può considerarsi definitivo, anche se costituisce il primo tentativo di formulare un modello dinamico sulla funzione dei prezzi al consumo e del livello di attività economica in termini nominali, entrambi rispetto allo stock di moneta. I risultati finora ottenuti sia sull'intero periodo campionario (1962.01 - 1979.04), sia sul periodo più limitato di « controlled-floating » (1970.01 - 1979.04), permettono di decidere contro la ipotesi di indipendenza tra stock di moneta ($M2$) e reddito nominale (YN); come pure tra $M2$ e prezzi al consumo (PC). Ciò a favore dell'ipotesi di causalità unidirezionale da $M2$ a YN e da $M2$ a PC . Utilizzando sull'intero periodo campionario la diversa definizione dello stock di moneta, $M1$, si ottiene una relazione di causalità « feedback » con YN , mentre rimane la relazione di indipendenza con PC . Per il periodo più ristretto anche la relazione tra $M1$ e PC risulta di indipendenza. In generale, comunque, i risultati non vengono modificati distinguendo tra periodo di cambi fissi e periodo di « dirty floating »; essi contraddicono quelli ottenuti da Sitzia (32), che ha utilizzato, per un diverso periodo, la procedura di Sims.

Il fatto che $M2$ sia strettamente esogena rispetto al reddito nominale pone seri dubbi sulla accettabilità econometrica di stime della funzione di domanda di moneta in termini nominali.

Per quanto riguarda la dinamica temporale della risposta di PC e YN , i risultati ottenuti dalla stima delle funzioni di trasferimento sono piuttosto consistenti con le ipotesi monetariste: effetti di variazione della politica monetaria si trasmettono velocemente sul livello del reddito nominale e molto più lentamente sul livello dei prezzi. Quest'ultimo effetto, rende piuttosto illusoria una politica economica « attivistica » di controllo dei prezzi secondo l'andamento degli aggregati monetari.

SERGIO CALLIARI e DOMENICO SARTORE (**)

(**) Ufficio Studi della Banca Commerciale Italiana e Università degli Studi di Milano e Venezia, rispettivamente.

Ricerca parzialmente finanziata con il contributo del MPI, art. 286 TU, a.a. 1978-79.

Una versione preliminare di questo lavoro è stata presentata al Seminario su: « Prezzi, comportamento dei prezzi ed analisi dell'inflazione » organizzato dall'Università degli Studi di Padova - Bressanone, 21-22 Settembre 1979.

« I par. 1. e 8. (eccetto 8.3) sono di S. Calliari, i par. 2 e 3.3 di D. Sartore, il par. 4 è comune ad entrambi gli autori ».

BIBLIOGRAFIA

- [1] FRIEDMAN, M., SCHWARTZ, A., *A Monetary History of the United States: 1867-1960*, « National Bureau of Economic Research », Princeton University Press, 1963.
- [2] CHOW, G., *Multiplier, Accelerator, and Liquidity Preference in the Determination of National Income in the United States*, « Review of Economics and Statistics », vol. 49, febbraio 1967, pp. 1-15.
- [3] MASON, J. M., MORONEY, S. R., *The Dynamic Impacts of Autonomous Expenditures and the Monetary Base on Aggregate Income*, « Journal of Money, Credit and Banking », Vol. III, nov. 1971, pp. 793-814.
- [4] ANDO, A., MODIGLIANI, F., *Velocity and the Investment Multiplier*, « American Economic Review », Vol. 55, sett. 1965, pp. 693-728.
- [5] PHILLIPS, K. E., *The Short-Run Stability of Velocity and the Autonomous Spending Multiplier, 1946-1962*, « Journal of Political Economy », Maggio/Giugno 1969.
- [6] KHAN, M., *The Relative Stability of Velocity and the Investment Multiplier: Some Further Tests*, « Journal of Monetary Economics », Gennaio, 1978.
- [7] CAGAN, P., *Determinants and Effects of Changes in the Stock of Money, 1875-1960*, « National Bureau of Economic Research », New York, 1965.
- [8] FRIEDMAN, M., *The Supply of Money and Changes in Prices and Output. In The Optimum Quantity of Money and Others Essays*, Aldine, Chicago, 1969, pp. 171-187.
- [9] FRIEDMAN, M., *A Theoretical Framework for Monetary Analysis*, Occasional Paper 112, New York, N.B.E.R., 1971.
- [10] WALTERS, A. A., *Introduction: Money and the Economy*, in *Money and Banking*, Walters (ed.), Harmondsworth, Penguin Books, 1972, p. 15.
- [11] THE BANK OF ENGLAND, *Timing Relationships Between Movements of Monetary and National Income Variables*, in *Readings in British Monetary Economics*, Johnson, Nobay (eds.), Clarendon, Oxford Press, 1972, pp. 90-109.
- [12] GRANGER, C. W., HATANAKA, M., *Spectral Analysis of Economic Time Series*, Princeton University Press, New Jersey, 1964.
- [13] GRANGER, C. W., *Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods*, « Econometrica », vol. 37, pp. 424-488.
- [14] HOWREY, E. P., *On the Outside Lag of Monetary Policy*, « Metroeconomica », vol. 20, 1968, pp. 111-120.
- [15] SIMS, C. A., *Money, Income and Causality*, « American Economic Review », vol. 62, 1972, pp. 540-552.
- [16] HAUGH, L. D., PIERCE, D. A., *Causality in Temporal Systems*, « Journal of Econometrics », vol. 5, 1977, pp. 265-293.
- [17] BOK, G. E. P., HAUGH, L. D., *Identification of Dynamic Regression (Distributed Lag) Model Connecting Two Time Series*, « Journal of the American Statistical Association », vol. 72, marzo 1977, pp. 121-130.
- [18] HAUGH, L. D., *Checking the Independence of Two Covariance - Stationary Time Series: A Univariate Residual Cross - Correlation Approach*, « Journal of the American Statistical Association », vol. 71, giugno 1976, pp. 378-385.
- [19] BRAINARD, W., TOBIN, J., *Pitfalls in Financial Model Building*, « American Economic Review », Papers and Proceedings, vol. 58, pp. 99-122.
- [20] TOBIN, J., *Money and Income: Post Hoc Ergo Propter Hoc?*, « Quarterly Journal of Economics », vol. 84, 1970, pp. 301-317.
- [21] DAVIS, R. G., *The Role of Money Supply in Business Cycles*, « Monthly Review, Federal Reserve Bank of New York », 1968.
- [22] GRAMLEY, L., CHASE, S., *Time Deposits in Monetary Analysis*, « Federal Reserve Bulletin », ottobre 1965.

- [23] KAREREN, H., *Commercial Banks and the Supply of Money: A Market Determined Demand Deposit Rate*, « Federal Reserve Bulletin », ottobre 1967.
- [24] ANDERSEN, L. C., JORDAN, J. L., *Monetary and Fiscal Actions: A Test of Their Relative Importance in Economic Stabilization*, « Federal Reserve Bank of St. Louis », Review, vol. 50, novembre 1968, pp. 11-23.
- [25] ANDERSEN, L. C., CARLSON, K., *A Monetarist Model for Economic Stabilization*, « Federal Reserve Bank of St. Louis », vol. 52, aprile 1970, pp. 7-25.
- [26] FEIGE, E., PEARCE, D. K., *Economically Rational Expectations: Are Innovations in the Rate of Inflation Independent of Innovations in Measures of Monetary and Fiscal Policy?*, « Journal of Political Economics », 1976, vol. 84, n. 3, pp. 499-522.
- [27] FEIGE, E., PEARCE, D. K., *The Causality Relationship Between Money and Income: A Time Series Approach*, (mimeo), 1974.
- [28] WALL, K. D., *An Application of Simultaneous Estimation to the Determination of Causality Between Money and Income*, Discussion Paper n. 8, University of London, 1974.
- [29] GAINES, P. E., CHAN, C. W., *Feedback Between Stationary Stochastic Process*, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-20, pp. 498-508.
- [30] WILLIAM, D., GOODHART, C. A. E., GOWLAND, D. H., *Money Income, and Causality: The U.K. Experience*, « American Economic Review », vol. 66, pp. 417-423.
- [31] SARGENT, T. J., WALLACE, N., *Rational Expectations and the Dynamics of Hyperinflation*, « International Economic Review », vol. 14, giugno 1973, pp. 328-350.
- [32] STIZIA, B., *Analisi del nesso di causalità tra moneta e reddito nella esperienza italiana*, in « Contributi alla Ricerca Economica », vol. 1, Banca d'Italia, 1972.
- [33] PIERCE, P. A., *Relationships and the Lacks Thereof - Between Economic Time Series, with Special Reference to Money and Interest Rates*, « Journal of the American Statistical Association », vol. 72, marzo 1977, pp. 11-22.
- [34] BASMANN, R. L., *The Causal Interpretation of Non-Triangular Systems of Economic Relations*, « Econometrica », vol. 31, 1963, pp. 439-448.
- [35] SIMON, H., *Causal Ordering and Identifiability*, in *Studies in Econometric Method*, (Hood-Koopmans eds.), Wiley, New York, 1953, pp. 49-74.
- [36] STOTZ, R. H., WOLD, H. O. A., *Recursive vs. Nonrecursive Systems: An Attempt at Synthesis*, « Econometrica », vol. 28, 1960, pp. 414-427.
- [37] ZELLNER, A., *Causality and Econometrics*, in: *Three Aspects of Policy and Policy Making: Knowledge Data and Institutions*, Carnegie, Rochester Conference, vol. 10, 1979.
- [38] FEIGL, H., *Notes on Causality*, in *Reading in the Philosophy of Science*, (Feigl Brodbeck eds.), Appleton, Century, Crofts, New York, 1953.
- [39] BRUNNER, K., MELTZER, A. H., *A Credit Market Theory of the Money Supply and an Explanation of Two Puzzles in U.S. Monetary Policy*, in *Essays in Honor of Marco Fanno*, CEDAM, Padova, 1966.
- [40] SIMS, C. A., SARGENT, T. J., *Business Cycle Modeling Without Pretending to Have Too Much a Priori Economic Theory*, in *New Methods in Business Cycle Research: Proceedings from a Conference*, « Federal Reserve Bank of Minneapolis », nov. 13-14, 1975.
- [41] SIMS, C. A., *Macroeconomic and Reality*, Schultz Lecture, Discussion Paper no. 77-91, Center for Economic Research, University of Minnesota, 1977.
- [42] PIERCE, D. A., *Forecasting in Dynamic Model with Stochastic Regressors*, « Journal of Econometrics », vol. 3, 1975, pp. 349-372.
- [43] GAINES, P. E., CHAN, C. W., *Estimation, Identification and Feedback*, in *System Identification: Advances and Case Studies*, R. K. Mehra, D. G. Lainiotis (eds.), Academic Press, New York, 1976, pp. 349-405.
- [44] HANNAN, E. J., *Multiple Time Series*, Wiley, New York, 1970.

- [45] HAUGH, L. D., *The Identification of Time Series Interrelationship with Special References to Dynamic Regression*, Ph. D. Dissertation, Dept. of Statistic, University of Wisconsin, 1972.
- [46] GEWERKE, J., *Testing the Exogeneity Specification in the Complete Dynamic Simultaneous Equation Model*, « Journal of Econometrics », vol. 7, 1978, pp. 163-185.
- [47] PIERCE, D. A., MASON, J. M., *On Estimating the Fundamental Dynamic Equations of Structural Econometric Model*, « Federal Reserve Board », Special Studies Paper n. 111, 15 febbraio 1978.
- [48] ZELLNER, A., PALM, F., *Time Series Analysis and Simultaneous Equation Econometric Models*, « Journal of Econometrics », vol. 2, 1974, pp. 17-54.
- [49] BOX, G. E. P., JENKINS, G. M., *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, 2a ed., Holden Day, S. Francisco, 1976.
- [50] BOX, G. E. P., COX, D. R., *Analysis of Transformations*, « Journal of the Royal Statistical Society », Series B, vol. 26, 1964, pp. 297-343.
- [51] BARTLETT, M. S., *Some Aspects of the Time - Correlation Problem in Regard to Tests of Significance*, « Journal of the Royal Statistical Society », vol. 98, pt. 98, 1935, pp. 536-543.
- [52] BOX, G. E. P., PIERCE, D. A., *Distribution of Residual Autocorrelation in Autoregressive - Integrated Moving Average Time Series Models*, « Journal of the American Statistical Association », vol. 65, 1970, pp. 1509-1526.
- [53] BOX, G. E. P., TIAO, G. C., *Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems*, « Journal of the American Statistical Association », vol. 70, 1975, pp. 70-79.
- [54] DAVIES, N., TRIGGS, C. M., NEWBOLD, P., *Significance Levels of the Box-Pierce Portmanteau Statistic in Finite Samples*, « Biometrika », vol. 64, pp. 517-522.
- [55] SARTONE, D., *Alcune osservazioni sulla caratterizzazione della causalità di Wiener-Granger*, Università degli Studi di Venezia, (mimeo).
- [56] PRICE, J. M., *The Characterization of Instantaneous Causality - A Correction*, « Journal of Econometrics », 10, 1979, pp. 257-259.
- [57] PIERCE, D. A., HAUGH, L. D., *The Characterization of Instantaneous Causality - A Comment*, « Journal of Econometrics », 10, 1979, pp. 257-259.
- [58] BARTLETT, M. S., *Stochastic Processes*, Cambridge University Press, Cambridge, 1955.
- [59] SCHWERT, G. W., *Tests of Causality: The Message in the Innovations*, in *Three Aspects of Policy and Policy Making: Knowledge Data and Institutions*, Carnegie, Rochester Conference, vol. 10, 1979.
- [60] SKOOG, G. R., *Causality Characterizations: Bivariate, Trivariate, and Multivariate Propositions*, Staff Report 14, Federal Reserve Bank of Minneapolis, Nov. 1976.