

**DOMENICO SARTORE**

**ANALISI STATISTICA COMPARATA  
DEGLI ANDAMENTI  
DEL LIVELLO MARINO MEDIO MENSILE  
A VENEZIA E A PORTO CORSINI (1947 - 1971)**

Estratto dal Vol. X  
dei Rendiconti del Comitato Veneto per il potenziamento  
degli studi economici e per la programmazione.

**EDIZIONI CANOVA TREVISO**

1975

**ANALISI STATISTICA COMPARATA  
DEGLI ANDAMENTI  
DEL LIVELLO MARINO MEDIO MENSILE A VENEZIA  
E A PORTO CORSINI (1947 - 1971)**

di

**Domenico Sartore**

## **Premessa.**

Sembra ormai acquisito nella vastità dei problemi che riguardano la questione idraulica lagunare di Venezia la non influenza dello scavo del canale Malamocco-Marghera, altrimenti conosciuto come « canale dei petroli », sull'equilibrio mareologico (\*). Tuttavia è parso utile, nel quadro generale delle ricerche statistiche svolte da un'équipe dell'Università degli Studi di Venezia (\*\*), si potesse allargare il campo di verifica circa la giustezza di ipotesi formulate e pubblicate già in altri lavori.

In particolare era stato affrontato (si veda [12]) lo studio della subsidenza di Venezia, per il periodo 1940-1969. Si trattava di interpretare la differenza tra livelli medi mensili registrati dal mareografo di Venezia (Punta della Salute) e quello di Trieste attraverso la costruzione di modelli statistici relativi ad un periodo antecedente lo scavo del canale (1940-1967). In seguito, l'estrapolazione per un periodo successivo allo scavo (il 1969) permetteva il confronto tra livello marino medio mensile teorico, nell'ipotesi di andamento strutturalmente invariato della subsidenza, e livello marino medio mensile effettivo. La scelta di Trieste fu suggerita dalla sua breve distanza da Venezia sulla costa adriatica e dallo scarsissimo bradisismo della zona.

Nel presente lavoro l'analisi comparativa dei livelli marini medi mensili di Venezia viene effettuata con quelli registrati a Porto Corsini (Ravenna) cioè con una zona della costa adriatica di distanza analoga a quella di Trieste ma caratterizzata da fenomeni di alto bradisismo negativo come risulta dalle linee isocinetiche disegnate dall'Istituto Geografico Militare di Firenze e

---

(\*) Cfr. [5].

(\*\*) Tale équipe è composta dal prof. Vergilius Mocellin, dal dott. Pietro Mantovan, dal dott. Domenico Sartore ed è diretta dal prof. Alighiero Naddeo.

pubblicate nel 1957 (si veda [6]). Si vuol quindi verificare in termini statistico probabilistici se, fino ad un determinato periodo (1967), la subsidenza di Venezia ha seguito un generale fenomeno di bradisismo negativo per la costa adriatica occidentale ed in quale misura, per poi stabilire l'influenza o meno, per il periodo successivo, della subsidenza di Venezia di fattori locali, quali ad esempio lo scavo del canale.

### **1. Ipotesi e fini della ricerca, descrizione delle variabili.**

La ragione della scelta dei valori medi mensili del livello del mare sono stati compiutamente esposti nel lavoro precedentemente citato [12]: un'alterazione dei valori massimi di marea non accompagnata da una depressione di pari intensità, e quindi non compensativa, si traduce in un incremento nei valori medi mensili interpretabile come supplemento di subsidenza.

Per il livello medio mensile marino incrementi o decrementi possono aversi per diverse cause di natura astronomica e idrogeologica oltre che per fattori di natura atmosferica e antropica. Questi ultimi sono in ogni caso riconducibili alle cause idrogeologiche qualora essi intervengano come modificazioni dell'ambiente fisico in cui il fenomeno viene rilevato.

Il punto di partenza dell'analisi diventa allora quello di isolare all'interno della completezza effettuale con cui il fenomeno si manifesta, la parte di esso riconducibile a cause di natura idrogeologica, a loro volta specificabili sia con i fattori idrologici e fisiografici ereditati storicamente dalla situazione attuale, cioè la particolare configurazione lagunare, ed il loro mutamento per eventi naturali o per interventi dell'uomo; sia con i fattori geologici quali l'eustatismo glaciale e la subsidenza.

Non è compito di tale analisi la specificazione di tutte le componenti idrogeologiche che influiscono sul livello marino. La vastità delle informazioni e la complessità del modello statistico-probabilistico, che in questo caso si verrebbe a creare suggeriscono invece di riassumere tali fenomeni nell'unico fattore o variabile « tempo ».

La sintesi informativa a cui ci si riconduce diventa, sempli-

cemente, l'evoluzione temporale del fenomeno mareologico supposte assenti le altre cause sopra elencate e la costruzione di un modello statistico che lo interpreti.

Tra le cause che agiscono sull'incremento o decremento del livello medio marino mensile effettivo non si è elencato il fattore « casuale », poichè tale fattore è « riassuntivo » di cause imprecisate o imprecisabili e la sua rilevazione è implicita nella metodologia seguita per la spiegazione del fenomeno qualora si rinunci ad utilizzare modelli deterministici data la loro estrema complessità o l'impossibilità di formularli.

Il presente lavoro oltre alla costruzione di modelli statistici che evidenziano il fenomeno anzidetto si propone anche la comparazione del suo manifestarsi nelle due diverse aree di Venezia e Porto Corsini per due diversi periodi; in altre parole, si cercherà di confermare o confutare l'invariabilità dei fattori idrogeologici partendo dalla costruzione di modelli interpretativi dell'andamento del livello medio mensile validi per un determinato periodo di tempo ed estrapolando, per un periodo successivo, i valori dei livelli teorici. Il confronto fra questi ultimi ed i livelli effettivi, disponibili per il medesimo periodo, condurrà alle conclusioni desiderate.

La descrizione dei modelli verrà fatta in seguito, qui basti osservare che essi sono stati costruiti in base all'ipotesi di dipendenza lineare del fenomeno da fattori esplicativi esprimibili mediante un certo numero di variabili indipendenti e mediante funzioni del tempo di tipo cosinusoidale. Ciò significa, nel modo più generale, che la funzione  $F$  del livello medio marino mensile può essere espressa come segue:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_m, t, h_1(t), h_2(t), \dots, h_k(t), E) = \\ = a_0 + \sum_1^m a_i x_i + a_{m+1} t + \sum_1^k h_i(t) + \varepsilon_t$$

dove:

$h_i(t)$  sono fattori esplicativi espressi mediante funzioni temporali,

$x_i$  sono fattori esplicativi espressi mediante semplici variabili  
 $a_0, a_i$  sono costanti reali,  
 $\varepsilon_i$  determinazioni di una v.c. residua  $E$ , con una certa funzione di distribuzione, che esprime il fattore casuale.

La scelta dei fattori esplicativi è stata effettuata in base alle informazioni « a priori » sull'influenza che essi potevano avere nel manifestarsi del fenomeno ed anche dai risultati delle prime elaborazioni sui dati effettivi.

Essi possono così riassumersi:

1) Per i fattori di natura astronomica:

${}_{AM}Y_t$ : livello marino medio mensile astronomico risultante dalla somma di sette componenti armoniche con fasi ed ampiezze desunte da stime effettuate su intervalli temporali decennali.

Indicando con  ${}_A Y_t$  il livello medio orario astronomico al tempo  $t$ , risulta:

$${}_A Y_t = R_0 + \sum_1^7 R_i \cos(2\pi\omega_i t + \varphi_i)$$

dove:

$R_0$  è il livello medio attuale del mare rispetto al livello medio marino del 1896 registrato nel medesimo punto dal marco-grafo,

$R_i$  è l'ampiezza della semionda  $i$ -esima espressa in cm,

$\omega_i$  è la velocità angolare dell'onda  $i$ -esima,

$t$  è la variabile tempo espressa in ore. Rispetto alle fasi che qui verranno considerate si suppone  $t=0$  l'ora zero del 1-1-1900 riferita al meridiano che dà il tempo medio dell'Europa centrale (T.M.E.C.),

$\varphi_i$  ritardi di fase espressi in gradi.

I valori di tali parametri per Venezia e Porto Corsini sono riportati nella Tab. 1.

TAB. 1. - *Componenti astronomiche di marea.*

Componenti	$\omega_i$	Venezia		Porto Corsini	
	gradi	$R_i$ cm	$\varphi_i$ gradi	$R_i$ cm	$\varphi_i$ gradi
$M_2$ Lunare semi-diurna princ.	28,9841	23,2	279	15,5	265
$S_2$ Solare semi-diurna princ.	30,0000	14,2	292	99,1	276
$N_2$ Lunare semi-diurna ellittica maggiore	28,4397	3,4	213	3,0	212
$K_2$ Lunisolare declinazionale semidiurna	30,0821	5,6	85	2,5	83
$K_1$ Lunisolare declinazionale diurna	15,0410	19,2	66	15,9	64
$O_1$ Lunare diurna principale	13,9430	6,5	67	5,0	50
$P_1$ Solare diurna principale	14,9589	5,6	85	5,3	70

I valori medi mensili di  ${}_A Y_t$  saranno ovviamente determinati da:

$${}_{AM} Y_{t_j} = \frac{\sum_{t=t_{j-1}}^{t_j} {}_A Y_t}{t_j - t_{j-1}}$$

dove  $t_j$  è il numero di ore intercorse dallo zero del primo giorno del mese  $j$ -esimo alle ore zero del 1-1-1900.

Nel seguito essi saranno indicati semplicemente con  ${}_{AM} Y_t$ .

$_{AS}Y_t$ : livelli marini astronomici stagionali risultanti dalla somma di due componenti armoniche, cioè

$$_{AS}Y_t = R_0 + \sum_1^2 R_i \cos(2\pi\omega_i t + \varphi_i)$$

dove  $t$  è la variabile tempo espressa in mesi.

Di tali livelli marini verrà discusso nel seguito del presente lavoro.

2) Per i fattori di natura atmosferica:

- $x_1$ : pressione atmosferica media mensile a zero gradi centigradi e al livello del mare espressa in cm di mercurio,  
 $x_2$ : temperatura media mensile in gradi centigradi,  
 $x_3$ : precipitazione media di un mese standard di 30 giorni espressa in millimetri,  
 $x_4$ : parametro riassuntivo di venti spiranti da N  
 $x_5$ : parametro riassuntivo dei venti spiranti da NE,  
 .....  
 $x_{11}$ : parametro riassuntivo dei venti spiranti da NW,

Altre notazioni simboliche saranno:

- ${}_E Y_t$ : livelli medi marini effettivi registrati dal mareografo delle stazioni considerate,  
 ${}_D Y_t$ : livelli marini medi mensili effettivi depurati dalla componente astronomica media mensile,  
 ${}_D Y_t^*$ : livelli marini medi mensili  ${}_D Y_t$  scomputati dell'autocorrelazione di primo ordine nei residui,  
 ${}_D \bar{Y}_t$ : livelli marini medi mensili effettivi  ${}_D Y_t$  depurati dalla componente astronomica stagionale,  
 ${}_D \bar{Y}_t^*$ : livelli marini medi mensili  ${}_D \bar{Y}_t$  scomputati dell'autocorrelazione di primo ordine nei residui,  
 $t$ : tempo in mesi (1 = gennaio 1947, ..., 300 = dicembre 1971).

## 2. Fonti, classificazione e sistemazione dei dati sperimentali.

La ricerca e la prima elaborazione dei dati è stata relativamente facile per Venezia perchè si sono potuti utilizzare i dati già raccolti per precedenti lavori (in [12]). La mancata rilevazione dei venti a Porto Corsini in data anteriore al 1947 ha limitato la ricerca al periodo Marzo 1947 - Dicembre 1971.

L'elenco delle fonti per Venezia è il seguente:

- Ufficio Idrografico del Magistrato alle Acque per i valori medi mensili del livello marino, pressione atmosferica, temperatura relativi al periodo 1947-1971.
- Istituto Bioclimatologico per i valori medi mensili della precipitazione e per i valori dei venti divisi in 16 settori di 22° 30' corrispondenti alle principali direzioni classificate (N, NNE, ..., NNW).

Per Porto Corsini:

- Sezione Autonoma del Genio Civile per il Servizio Idrografico di Bologna per i valori medi mensili del livello marino per il periodo 1947-1971.
- Stazione Meteorologica di Porto Corsini dell'Aeronautica Militare di Marina di Ravenna per i valori della temperatura e della precipitazione relativi al periodo 1947-1971 ed i valori dei venti e della pressione atmosferica per il periodo 1947-1958.
- ISTAT per i valori di pressione atmosferica e dei venti relativi al periodo 1959-1971.

Da quanto elencato è possibile notare, per i dati relativi a Porto Corsini, la diversa fonte riguardante i venti e la pressione atmosferica. L'impossibilità di mantenere, tra le diverse, una sola fonte d'informazione è dovuta alla loro complementarità: l'ISTAT non pubblica i dati cercati per il periodo 1947-1958, mentre l'Aeronautica Militare sospende la pubblicazione del proprio bollettino dopo lo stesso periodo.

È stato comunque risolto il dubbio circa l'incomparabilità fra valori di diversa fonte dato che l'ISTAT si limita a pubblicare i dati notificati dal servizio Meteorologico dell'Aeronautica Mili-

tare rilevati nella medesima stazione di Porto Corsini contrassegnata da coordinate geografiche identiche a quelle dell'originario bollettino:

latitudine  $44^{\circ} 30'$  Nord,

longitudine  $12^{\circ} 17'$  Est da Greenwich.

Difficoltà sono invece sorte per la diversa classificazione pubblicata dall'ISTAT rispetto al bollettino dell'Aeronautica Militare, tale classificazione prevede non solo 8 direzioni principali per i venti (N, NE, ..., NO) ma modifica anche l'aggregazione dei dati. La pubblicazione dell'Aeronautica Militare fornisce le rilevazioni giornaliere del vento al suolo alle ore 07 e 16, classificate per 16 direzioni indicando le frequenze in giorni per due intervalli di velocità in km/h (6; 35) e (36;  $\infty$ ) considerando « calme » le velocità del vento all'interno dell'intervallo (0; 5).

L'ISTAT, invece, raccoglie i dati rilevati dalla stessa stazione meteorologica per 3 ore durante la giornata (7, 13, 19 oppure 8, 14, 19) evitando di procedere ad una sistemazione per intervalli di velocità e fornendo la velocità media, per il periodo di osservazione, misurata in metri al secondo e ridotta in nodi interi (1852 metri l'ora). Accanto alla velocità media viene indicata la frequenza, cioè il numero di ore in cui si è osservata la presenza di vento per una determinata direzione. Se, dall'osservazione, la velocità risulta inferiore a 2 nodi o nulla, il risultato viene classificato con il termine « calma ». La somma di tutte le frequenze per un determinato mese coincide con il numero totale delle osservazioni, e si ottiene, dunque, triplicando il numero dei giorni del mese stesso.

Al problema di sintetizzare in un unico parametro le informazioni relative ai venti (sintesi proposta in [12]) si sono così aggiunti quelli ulteriori dell'adeguamento, sia per Venezia che per Porto Corsini, alla maggiore aggregazione dei dati riferiti a 8 direzioni invece che a 16, e dell'omogeneizzazione dei parametri dei venti di Porto Corsini per i due periodi diversi. Tali parametri, si può dire, esprimano in km lo « spazio » percorso in un mese da una particella senza peso. Per Venezia e per il primo

periodo di Porto Corsini, essi si desumono dalla somma dei prodotti (riferiti a 16 direzioni):

(valore centrale della classe espressa in km) ×

× (frequenza giornaliera ridotta ad un mese standard di 30 gg) .

Per il secondo periodo di Porto Corsini, i parametri si sono calcolati moltiplicando per la costante 8 le frequenze riportate dall'ISTAT; ciò equivale al supporre costante il fenomeno per le 8 ore successive a quelle di osservazione del fenomeno; quindi, lo « spazio » percorso si è avuto come risultato della somma dei prodotti (riferiti a 8 direzioni):

(velocità media ridotta in km/h) ×

× (frequenze ridotte ad un mese standard di 30 gg) × 8 .

Il problema dell'adeguamento dei parametri, espressi nelle 16 direzioni, alla maggiore aggregazione delle 8 direzioni si è risolto eliminando le sottoclassi di direzioni (NNE, ENE, ESE, SSE, SSW, WSW, WNW, NNW) con l'imputazione alle classi contigue (le classi delle 8 direzioni principali) di una quantità pari alla metà del valore dei parametri calcolati per tali sottoclassi. L'omogeneizzazione si è ottenuta in modo meno immediato. La possibilità di rendere confrontabili i parametri dei due periodi si è vista in seguito ad un esame grafico del loro andamento.

Le medie dei parametri potevano considerarsi costanti nel tempo all'interno dei due periodi ma leggermente diverse tra loro, mentre la variabilità attorno ad esse risultava smorzata per il secondo periodo. La compatibilità poteva quindi essere ottenuta, nell'ipotesi di stazionarietà delle medie, attraverso la semplice standardizzazione dei dati separatamente per i due periodi. Non potendo, tuttavia, escludere una ciclicità di lungo periodo nel fenomeno, si è preferito seguire un procedimento cautelativo che eliminasse la possibilità di provocare, con la semplice standardizzazione, un « salto » tra i rispettivi trends nel punto di congiunzione dei due periodi.

Indicando con  $x_i$  ( $i = 3, \dots, 300$ ) i valori dei parametri del vento ottenuti dai prodotti sopraddetti ed indicando, rispettivamente, con  ${}_1\sigma$ ,  ${}_2\sigma$ ,  ${}_1\mu$ ,  ${}_2\mu$ , lo scarto quadratico medio e la media aritmetica relativi agli  $n_1$  dati del primo periodo e agli  $n_2$  dati del secondo, i valori standardizzati  $\xi_i$  si sono ottenuti come segue:

$${}_1\xi_i = \frac{x_i - \bar{\mu}}{{}_1\sigma} \quad (i = 3, 4, \dots, 144),$$

$${}_2\xi_i = \frac{x_i - \bar{\mu}}{{}_2\sigma} \quad (i = 145, \dots, 300),$$

dove

$$\bar{\mu} = \frac{(n_1/{}_1\sigma){}_1\mu + (n_2/{}_2\sigma){}_2\mu}{n_1/{}_1\sigma + n_2/{}_2\sigma}$$

cioè è la media ponderata dei valori medi dei due periodi.

La scelta dei pesi, come si nota, è stata fatta privilegiando la media dei dati distribuiti con una minore dispersione attorno ad essa.

Il controllo grafico, eseguito a seguito di tali elaborazioni, ha confermato la validità di tale impostazione.

### 3. Descrizione dei modelli MR-1 e MR-2 e loro applicazione ai livelli marini di Venezia.

Data l'ipotesi di linearità nella relazione tra fattori esplicativi e livelli marini medi mensili si è ritenuto opportuno costruire un modello regressivo con il metodo dei minimi quadrati. Conoscendo preventivamente i valori della marea astronomica, in base a parametri calcolati in modo indipendente dalle serie statistiche dei dati raccolti, si è inizialmente operata la depurazione dei livelli medi marini effettivi  ${}_B Y_t$  mediante le differenze:

$${}_D Y_t = {}_B Y_t - {}_{AM} Y_t.$$

Il modello regressivo, che in seguito verrà denominato MR-1,

poteva quindi scriversi nel seguente modo:

$$(1) \quad {}_D Y_t = A + \sum_1^{11} B_i x_{i,t} + Ct + \varepsilon_t$$

dove  $A$ ,  $B_i$  ( $i = 1, \dots, 11$ ),  $C$  costituivano i 13 parametri da stimare.

Una prima elaborazione dei dati in base a tale modello ha portato a determinare, relativamente a Venezia (periodo 1947-1967), non solo i valori dei parametri che qui vengono riportati nella Tab. 2, ma anche una discreta interdipendenza tra i valori di  $\varepsilon_t$  misurabile con una autocorrelazione di ordine uno pari a 0,4359 (\*). Ciò non faceva che confermare i risultati ottenuti da A. Naddeo nella sua già citata pubblicazione.

TAB. 2. - Venezia (Gennaio 1947 - Dicembre 1967).

Stime dei parametri relativi al modello MR-1	
Parametri	Valori dei parametri
$A$	$0,15005189 \times 10^4$
$B_1$	$-0,17734164 \times 10$
$B_2$	$0,25333551$
$B_3$	$0,25662016 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,19291858 \times 10^{-2}$
$B_5$	$0,24425944 \times 10^{-2}$
$B_6$	$-0,14349628 \times 10^{-2}$
$B_7$	$-0,15796198 \times 10^{-2}$
$B_8$	$-0,19295256 \times 10^{-2}$
$B_9$	$0,65194597 \times 10^{-2}$
$B_{10}$	$0,72090988 \times 10^{-2}$
$B_{11}$	$-0,61950447 \times 10^{-2}$
$C$	$0,38461057 \times 10^{-1}$

(\*) Tale valore si è ottenuto mediante il rapporto  $\frac{\sum_2^n \varepsilon_t \varepsilon_{t-1}}{\sum_1^n \varepsilon_t^2}$ .

Per eliminare l'autocorrelazione nei residui si è considerato, per le variabili del livello marino e atmosferico, il grado di dipendenza lineare dei valori sperimentali rilevati al tempo  $t$  dai valori sperimentali rilevati al tempo  $t-1$ . La misura di tale dipendenza è stata ottenuta calcolando quel coefficiente  $\bar{\rho}$  autoregressivo che rendeva possibile la determinazione di un nuovo insieme di variabili a cui corrispondesse un iperpiano di regressione con autocorrelazione nulla nella variabile dei residui. Si dimostra infatti (si veda [4]) che è possibile determinare stime corrette dei coefficienti di regressione con il metodo dei minimi quadrati trasformando tutte le variabili a seconda della struttura autoregressiva della variabile dei residui. Se tale struttura non è conosciuta, il calcolo delle stime diventa piuttosto complesso. Nel caso contrario il problema viene enormemente semplificato, infatti data la relazione lineare tra le variabili  $x_{i,t}$  ( $i = 1, 2, \dots, k; t = 1, 2, \dots, n$ ):

$$(2) \quad Y_t = a_0 + \sum_i a_i x_{i,t} + u_t$$

con  $a_0, a_i$ , valori reali qualsiasi e  $u_t$  generato dallo schema di Markoff:

$$(3) \quad u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$$

dove le  $\varepsilon_t$  sono determinazioni di una v.c. normale con  $\mu_\varepsilon = 0$  e  $\rho$  il coefficiente di autoregressione supposto noto; allora sostituendo la (3) nella (2) si ottiene una nuova relazione lineare:

$$(4) \quad Y_t^* = a_0^* + \sum_i a_i x_{i,t}^* + \varepsilon_t$$

dove

$$Y_t^* = Y_t - \rho Y_{t-1},$$

$$x_{i,t}^* = x_{i,t} - \rho x_{i,t-1}.$$

Relativamente alla (2) il vettore  $a$  dei coefficienti si ottiene dal sistema di equazioni implicato dalla condizione di minimo imposta agli scarti quadratici, cioè:

$$(6) \quad P' P a = P' Y$$

dove

$Y$  è il vettore colonna degli  $Y_t$  ( $t = 1, \dots, n$ ),

$P$  è la matrice di ordine  $n \times (k + 1)$  delle variabili:

$$1, x_{1,t}, x_{2,t}, \dots, x_{k,t},$$

$P'$  è la matrice trasposta di  $P$ .

Relativamente alla (4) il sistema di equazioni diventa:

$$(7) \quad P' U^{-1} P a = P' U^{-1} Y$$

dove  $U^{-1}$  è l'inversa della matrice:

$$(8) \quad U = \frac{1}{1 - \varrho^2} \begin{pmatrix} 1 & \varrho & \varrho^2 & \dots & \varrho^n \\ \varrho & 1 & \varrho^2 & \dots & \varrho^{n-1} \\ \varrho^2 & \varrho & 1 & \dots & \varrho^{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varrho^n & \varrho^{n-1} & \varrho^{n-2} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

con  $\varrho$  costante nota.

Nel presente lavoro, supposto valido lo schema di Markoff per l'interpretazione della struttura della variabile dei residui, non essendo dato di conoscere il valore della costante  $\varrho$  si è dovuto ricorrere ad un particolare metodo di stima fondato su una procedura iterativa resa possibile dall'utilizzo del calcolatore elettronico, con tale procedura vengono stimati, volta per volta, i coefficienti di regressione relativi a valori di  $\varrho$  parametrici e si calcola l'autocorrelazione nei residui. Il valore di  $\varrho$  cercato è quello a cui corrisponde l'autocorrelazione minima in valore assoluto. Nell'eseguire il metodo iterativo si è preferito tralasciare il calcolo dei coefficienti di regressione costruendo in modo diretto, per ogni  $\varrho$  prefissato, la matrice  $U$  definita in (8), determinandoli invece con il sistema di equazioni indicato dalla (6) riferito però alla relazione lineare formulata in (4).

Ponendo quindi:

$${}_D Y^*(\varrho) = {}_D Y_t - \varrho {}_D Y_{t-1},$$

$$x_{i,t}^*(\varrho) = x_{i,t} - \varrho x_{i,t-1},$$

si è scritto il modello regressivo MR-2 come segue:

$$(9) \quad {}_D Y^*(\varrho) = A' + \sum_1^{11} B_i x_{i,t}^*(\varrho) + C' t + \varepsilon_t(\varrho)$$

dove, rispetto al precedente modello MR-1, i coefficienti  $B_i$  rimangono invariati e valgono le relazioni:

$$A' = A(1 - \varrho) + \varrho C,$$

$$C' = C(1 - \varrho).$$

Le stime dei coefficienti di regressione sono state ottenute facendo variare  $\varrho$  con passo 0,01 nell'intervallo (0,1), è così risultata una curva di autocorrelazione parametrica in  $\varrho$  definita dal rapporto:

$$(10) \quad r(\varrho) = \frac{\sum_t \varepsilon_t(\varrho) \varepsilon_{t-1}(\varrho)}{\sum_t \varepsilon_t^2(\varrho)} \quad (t = 1, \dots, 252).$$

La bontà del modello lineare regressivo si è misurata mediante il rapporto anch'esso parametrico rispetto a  $\varrho$ :

$$(11) \quad \frac{\sum_t \varepsilon_t^2(\varrho)}{\text{Dev} \{ {}_D Y^*(\varrho) \}} = 1 - R^2(\varrho)$$

dove  $R^2$  è il noto coefficiente di correlazione multipla.

Nella Fig. 1 sono indicati i risultati ottenuti dall'elaborazione dei dati relativi a Venezia. La curva di autocorrelazione relativa al modello MR-2 è contrassegnata dalla lettera  $A$  e dimostra un andamento decrescente; essa assume, ovviamente, il valore  $r(0) = 0,4359$  mentre il valore minimo assoluto lo assume per  $\varrho = 0,85$  e risulta pari a  $r(0,85) = 0,0009$ .

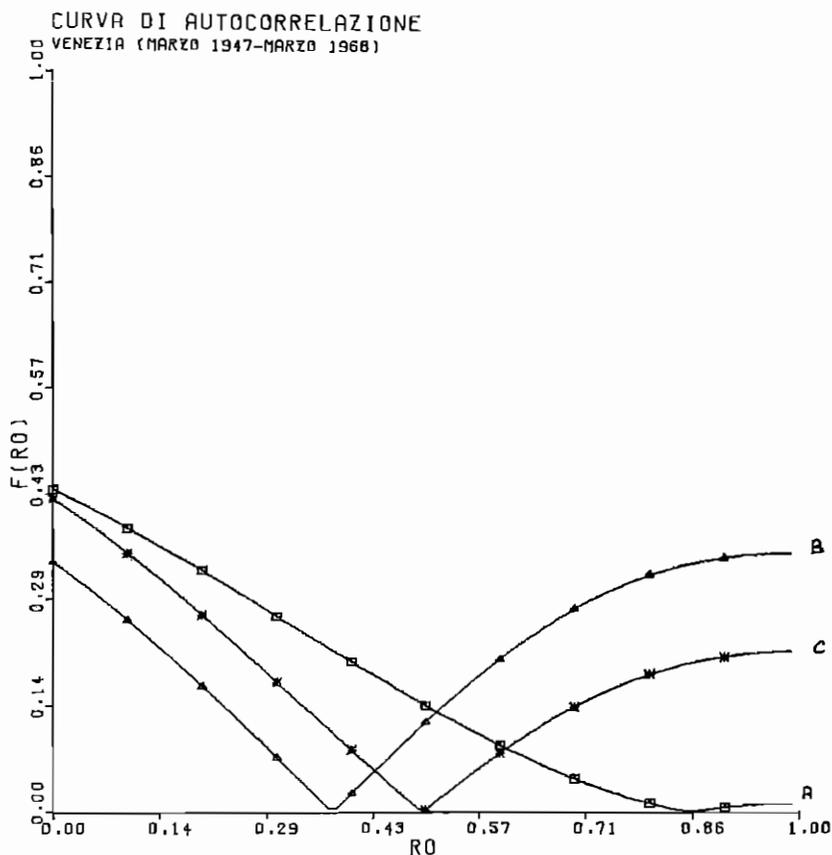


Fig. 1

Nella Fig. 2, contrassegnata sempre dalla lettera *A*, si ha la curva  $1 - R^2(\rho)$  relativa al modello MR-2; il suo andamento è decrescente all'aumentare di  $\rho$  e presenta in generale, valori piuttosto bassi indicando perciò una correlazione alta tra i valori teorici del modello regressivo ed i dati sperimentali: per  $\rho = 0$  si ha  $1 - R^2(0) = 0,3103$  mentre per  $\rho = 0,85$  risulta  $1 - R^2(0,85) = 0,2794$ .

Prima di esprimere una qualsiasi osservazione sui risultati delle stime dei parametri è necessario anteporre un esame critico del valore stimato di  $\rho$ .

COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE MULTIPLA  
(COMPLEMENTO AD 1)  
VENEZIA (MARZO 1947-MARZO 1968)

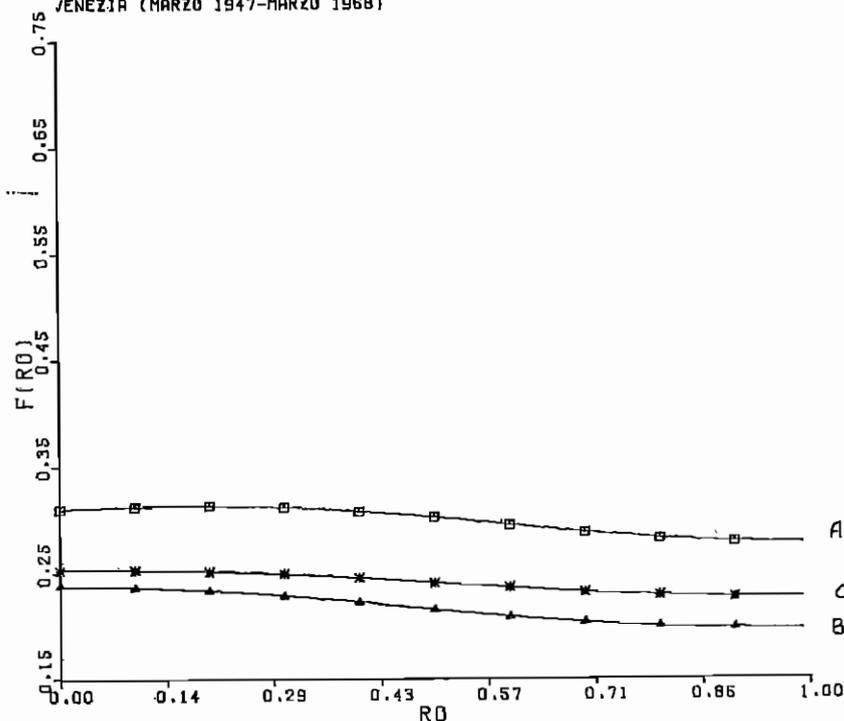


Fig. 2

È risaputo (si veda [1]) che, qualora i termini di un processo normale di tipo markoffiano  $\{u_t\}$  siano noti, la stima di massima verosimiglianza del coefficiente  $\rho$  è data da:

$$(12) \quad \hat{\rho} = \frac{\sum_t u_t u_{t-1}}{\sum_t u_{t-1}^2}.$$

Qualora però la stima  $\hat{\rho}$  venga desunta dai valori  $u_t$  del modello MR-2, considerato nella forma:

$${}_D Y_t = A + \sum_1^{11} B_i x_{i,t} + Ct + u_t$$

si incorre in due differenti forme di arbitrarietà. La prima è riferita ai termini del processo  $\{u_t\}$ , i quali non essendo noti dovranno necessariamente essere sostituiti dai valori  $u_t$  ottenuti come residui dall'iperpiano interpolante i valori  ${}_D Y_t$ . I parametri di tale iperpiano sono anch'essi ignoti e la loro stima costituisce la seconda arbitrarietà, in quanto cadendo l'ipotesi di normalità sui valori residui il metodo dei minimi quadrati non fornisce più delle stime di massima verosimiglianza (\*). In questa analisi, una stima del coefficiente  $\rho$  potrebbe essere data dalla quantità  $r(0)$ , risultando:

$$(13) \quad r(0) = \frac{\sum_t \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum_t \hat{u}_t^2}.$$

Essa equivale alla stima ottenuta con il metodo dei minimi quadrati qualora la si applichi a:

$$\hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} + \varepsilon_t$$

e gode della proprietà della consistenza ma non della correttezza.

Si osservi infatti che, qualora fossero noti i parametri dell'iperpiano, la stima  $r(0)$  risulterebbe leggermente inferiore a  $\hat{\rho}$ ; ma ancor più si può osservare che l'applicazione del metodo dei m.q. per la stima dei parametri dell'iperpiano conduce, inevitabilmente, ad un processo  $\{u_t\}$  oscillante attorno all'asse temporale, mentre in realtà i termini  $u_t$  hanno un andamento decrescente oppure crescente, rispetto all'asse temporale a seconda che  $\rho$  sia negativo o positivo. In breve, l'interpolazione sui valori  ${}_D Y_t$  assorbe anche parte della variabilità imputabile alla dipendenza seriale del processo  $\{u_t\}$ . Ciò significa che in media  $\rho$  è costantemente sottostimato da  $r(0)$ .

Quest'ultimo fatto può dar ragione di una differenza tra  $r(0)$  ed il valore  $\rho$  stimato con il metodo iterativo qui proposto, ma poichè non vengono discusse le proprietà statistiche delle stime ottenute con tale metodo non è possibile affermare in che misura

---

(\*) Si dimostra che in tal caso le stime sono ancora corrette e consistenti ma poco efficienti.

tale differenza sia dovuta solamente alla non correttezza di  $r(0)$ . Tuttavia il notevole scostamento tra  $r(0) = 0,4359$  e  $\rho = 0,85$  ha fatto sorgere forti perplessità sulla possibilità di interpretare i residui  $\hat{u}_t$ , desunti dai livelli marini di Venezia, semplicemente come un processo markoffiano normale di primo ordine e quindi di assumere le  $\varepsilon_t$  come determinazioni di una v.c. normale. Prima di far cadere l'ipotesi si è voluto comunque procedere alla verifica del modello MR-2 sui livelli marini di Porto Corsini per osservare le eventuali analogie che ne fossero risultate.

I valori dei coefficienti stimati per MR-2 con  $\rho = 0,85$  sono riportati nella Tab. 3.

Anche se sono state espone alcune considerazioni che hanno portato a criticare l'assunzione del modello MR-2, non si è tralasciato di fare un, seppur breve, esame dei coefficienti di regressione dedotti da esso e la loro comparazione con i risultati ottenuti per il modello MR-1.

TAB. 3. - Venezia (Gennaio 1947 - Dicembre 1967).

Stime dei parametri relativi al modello MR-2 ( $\rho = 0,85$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,25168342 \times 10^3$
$B_1$	$-0,19931986 \times 10^{-1}$
$B_2$	$-0,63716338 \times 10^{-1}$
$B_3$	$0,12954326 \times 10$
$B_4$	$-0,22977417 \times 10^{-3}$
$B_5$	$0,15833616 \times 10^{-2}$
$B_6$	$-0,84547495 \times 10^{-3}$
$B_7$	$-0,86132289 \times 10^{-3}$
$B_8$	$-0,90130009 \times 10^{-3}$
$B_9$	$0,44918599 \times 10^{-2}$
$B_{10}$	$0,24991503 \times 10^{-2}$
$B_{11}$	$-1,7621662 \times 10^{-2}$
$C'$	$0,59891542 \times 10^{-2}$
$C = C'/(1 - \rho)$	$0,39927695$

In entrambi i modelli si è potuto notare che i segni dei coefficienti di regressione non tutti corrispondevano alle aspettative.

Ad esempio, nel comportamento dei venti, mentre rimaneva accettabile il segno negativo per il vento di NO, non altrettanto poteva dirsi soprattutto per i venti provenienti da SE e S, chiamati venti di scirocco che notoriamente si accompagnano alle acque alte. Una possibile interpretazione di tale risultato si è data con il fatto che i modelli proposti non considerano la variabile dei livelli marini depurata dalla stagionalità.

Ora è risaputo (si vedrà in modo esauriente più avanti) che il livello di marea nei mesi estivi è relativamente basso, mentre tali mesi si caratterizzano per la prevalenza dei venti provenienti da S e SE. La stagionalità dei livelli marini dunque, anche se per il Mediterraneo ha un'incidenza minore rispetto ai mari aperti, appare sfasata rispetto alla stagionalità dei venti di scirocco ed in misura sufficiente da distorcere i coefficienti di regressione per essi calcolati.

Un altro rilievo è emerso dal confronto fra i coefficienti dei due modelli. Leggendo le Tab. 2 e 3 si può notare la discordanza di segno per i coefficienti relativi alla temperatura ed al vento proveniente da N. Risulta difficile dare a questo risultato una spiegazione diversa da quella che indica nel livello discretamente elevato di  $\varrho$  un ulteriore fattore di distorsione rispetto ai coefficienti di regressione calcolati nel modello MR-1.

Si noti inoltre il coefficiente del tempo: se fosse valido il modello MR-1 si avrebbe un innalzamento medio mensile del livello del mare pari a 0,38 mm assumendo invece il modello MR-2 con  $\varrho = 0,85$  l'incremento mensile si ridurrebbe a circa 0,06 cm. È interessante osservare come il rapporto  $C'/(1 - \varrho)$  fornisca il risultato di un incremento medio mensile pari a circa 0,40 mm approssimativamente uguale, cioè, a quello ottenuto per il modello MR-1.

#### 4. Applicazione del modello MR-2 ai livelli marini di Porto Corsini.

Il vivo allarme provocato da notevoli abbassamenti del terreno nella zona del Polesine e del Delta Padano ha provocato l'inter-

vento dello Stato che ha costituito una Commissione di Studi e ricerche sul fenomeno (\*).

Tale Commissione sottopose a controllo una zona di circa 10.000 ettari tra Mesola (Ferrara) e Loreo (Rovigo) sospendendo l'emungimento di gas metano ed acqua. L'esperimento iniziato il 20 febbraio 1960 dette esito positivo per cui la Commissione, nel rassegnare le sue conclusioni, escluse che l'accentuarsi del fenomeno di abbassamento generale dei terreni del Polesine e del Delta Padano potesse essere determinato da cause di carattere normale (bradisismo, assestamento del terreno di bonifica).

In tale zone, effettivamente, dagli anni precedenti il secondo conflitto mondiale al 1960 si vennero distribuendo circa 3860 pozzi su un'area di 2607 km<sup>2</sup> con un'estrazione media annuale di oltre 300 milioni di m<sup>3</sup> di gas metano ed acqua (\*\*).

Le conclusioni della Commissione indussero il Ministero dei LL. PP. ad interdirc in tutto il territorio del Delta, circa 72.000 ettari, l'estrazione di metano umido.

Ciò provocò l'arresto nello sprofondamento ed i livelli piezometrici delle acque freatiche tornarono su valori considerati normali.

I decreti ministeriali di sospensione vennero emessi nel periodo compreso tra il Marzo 1961 e il Maggio 1964 (\*\*\*) .

Dal punto di vista dell'applicazione dei modelli descritti, tale fatto ha originato dei dubbi circa la possibilità che l'iperpiano di regressione potesse permanere identico dopo la sospensione delle estrazioni metanifere.

Per la verifica dell'ipotesi di inalterabilità si è fatto riferimento all'*analisi della varianza su schemi di regressione* (si veda [13], pag. 246) suddividendo l'intervallo dei 25 anni in due periodi, il periodo dal marzo 1947 al dicembre 1958 (142 mesi) precedente le sospensioni ed il periodo successivo dal maggio 1964 al dicembre 1971 (92 mesi).

---

(\*) Decreto Interministeriale 12 luglio 1957, n. 14024.

(\*\*) All'incirca, si ottiene 1 m<sup>3</sup> di gas per ogni m<sup>3</sup> di acqua.

(\*\*\*) Si veda Bollettino Ufficiale degli Idrocarburi: anno V, n. 3, pag. 179; anno VII, n. 3, pag. 200; anno VIII, n. 1, pag. 48; anno VIII, n. 5, pag. 432.

Avendo 142 combinazioni di modalità dei 12 fattori  $x_{1,t}, x_{2,t}, \dots, x_{11,t}, t$ , in presenza di un ulteriore fattore qualitativo  $B$  « estrazione di gas metano » che assumeva la particolare modalità  $b_1$  « presenza di estrazioni », si sono ottenuti 142 dati campionari sui livelli marini medi mensili  ${}_D Y_t^*$ , determinazioni di altrettante v.c. normali aventi ugual varianza  $\sigma_e^2$ . Al manifestarsi della modalità  $b_2$  « assenza di estrazioni » del fattore  $B$ , in presenza di 92 combinazioni dei medesimi 12 fattori si sono ottenuti 92 dati campionari sempre dei livelli marini medi mensili  ${}_D Y_t^*$ , determinazioni di un pari numero di v.c. normali con varianza immutata  $\sigma_e^2$ .

Si voleva verificare l'ipotesi che il manifestarsi delle due modalità del fattore qualitativo  $B$  non avesse influito sul parametro relativo alla variabile temporale, cioè permanesse identico nei due periodi considerati. A tal proposito si è costruito il modello cosiddetto « ristretto »: in base alla formulazione (9) dove si sono imposti i medesimi parametri ai due periodi:

$$(14) \quad {}_D Y_t^*(e) = A' + \sum_1^{11} B_i x_{i,t}^*(e) + C' t + \varepsilon_t(e)$$

$$(t = 4, 5, \dots, 144, 210, \dots, 300).$$

Il modello « non ristretto » considerava distintamente l'unico parametro sul quale poteva aver influito il fattore  $B$ , cioè:

$$(15) \quad {}_D Y_t^*(e) = A' + \sum_1^{11} B_i x_{i,t}^*(e) + C'_1 \lambda_t t + C'_2 (1 - \lambda) t + \varepsilon_t(e)$$

con

$$\lambda_t = \begin{cases} 1 & \text{per } t = 4, 5, \dots, 144. \\ 0 & \text{per } t = 210, 211, \dots, 300. \end{cases}$$

Indicando con  $D_{14}$  e  $D_{15}$  le rispettive devianze dei residui e con  $g_{14}$  e  $g_{15}$  i rispettivi gradi di libertà, qualora fosse stata vera la

ipotesi di non influenza del fattore  $B$ , il rapporto

$$(16) \quad \frac{(D_{14} - D_{15})g_{15}}{D_{15}(g_{14} - g_{15})}$$

si sarebbe distribuito come una v.c.  $F_{\sigma_{14}^2 - \sigma_{15}^2, \sigma_{15}^2}$  di Snedecor.

A detto test si è fatta precedere la verifica dell'uguaglianza delle varianze  $\sigma_e^2$  riferite al primo e secondo periodo, applicando separatamente il modello MR-2. La determinazione delle rispet-

### CURVA DI AUTOCORRELAZIONE

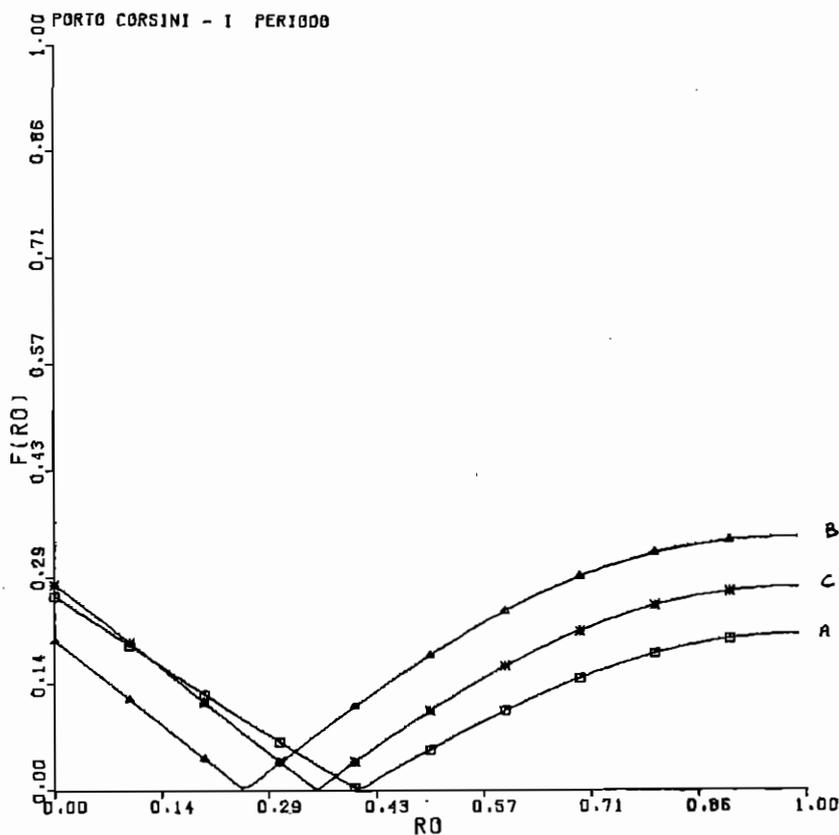


Fig. 3

tive devianze dei residui  $D_1$  e  $D_2$  per ogni valore di  $\varrho$  ha permesso il computo del rapporto  $(D_1(\bar{\varrho}) \cdot g_2) / (D_2(\bar{\varrho}) \cdot g_1)$  che, nell'ipotesi di uguale variabilità casuale, diventa una determinazione della v.c.  $F_{g_1, g_2}$  di Snedecor.

Indicati con  $n_1$  e  $n_2$  il numero dei mesi di ciascun periodo, con  $v$  il numero dei vincoli lineari necessari per la determinazione dei parametri dell'iperpiano di regressione e considerato l'ulteriore vincolo imposto dalla struttura autoregressiva, il numero dei gradi di libertà erano  $g_1 = n_1 - v - 1 = 128$  e  $g_2 = n_2 - v - 1 = 78$ . Inoltre, poichè risultavano minimi i valori assoluti  $r_1(0, 40) = 0,0027$  e  $r_2(0, 89) = 0,00023$  (si vedano nelle Fig. 3 e 5 le curve

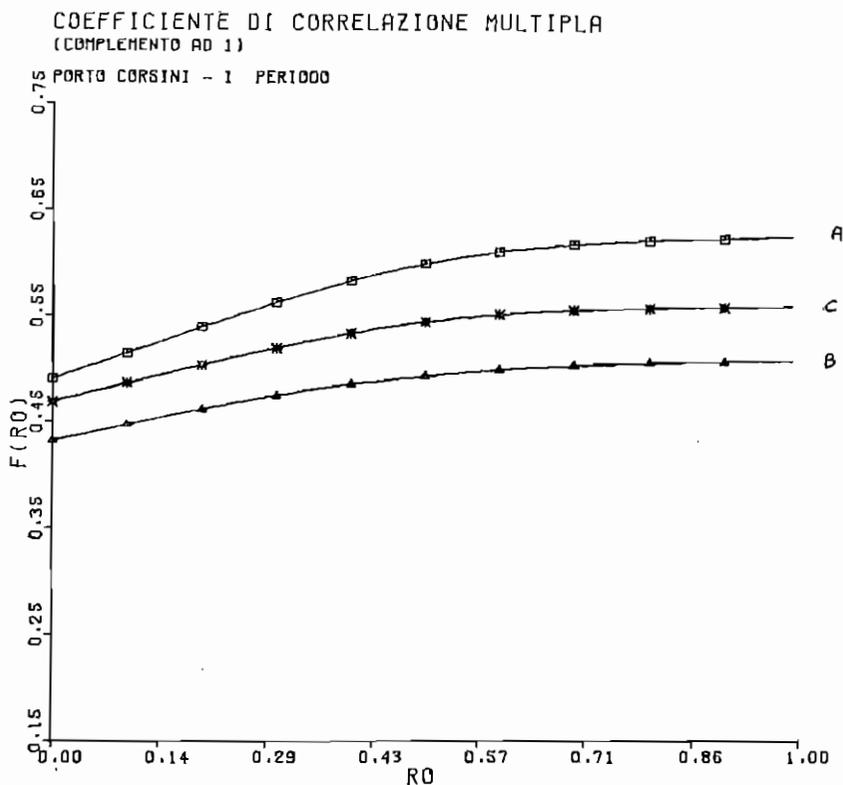


Fig. 4

contrassegnate dalla lettera A), si sono calcolati i quattro valori:

$$D_1(0,40) = 6682,7324 ; \quad D_2(0,89) = 3014,5961 ;$$

$$D_1(0,89) = 8216,2282 ; \quad D_2(0,40) = 2782,3462 .$$

Eseguiti i rapporti, la quantità 1,46361 riferita a  $\rho = 0,40$  risultò inferiore al valore critico al livello del 5% rendendo accettabile l'ipotesi di uguale variabilità casuale, mentre la quantità

### CURVA DI AUTOCORRELAZIONE

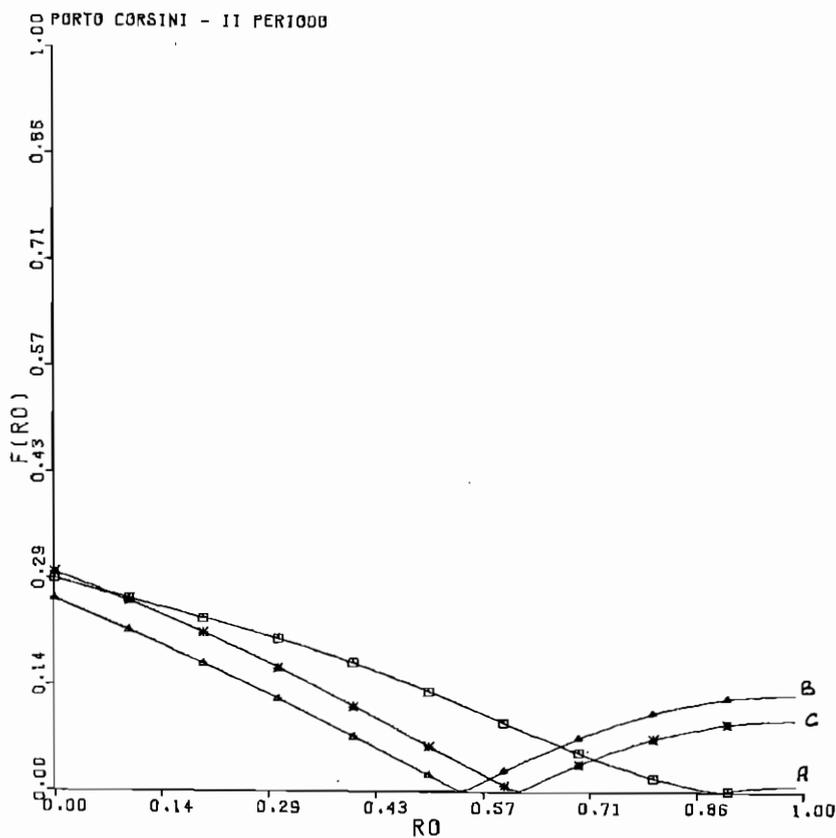


Fig. 5

1,6608 riferita a  $\rho = 0,89$  era superata dal medesimo valore critico; l'ipotesi in tal caso diveniva accettabile solo al livello del 1%. Questi risultati parzialmente soddisfacenti le aspettative sono stati rimessi in discussione dallo stesso tipo di critica rivolta ai risultati ottenuti per Venezia. Infatti le stime approssimate di  $\rho$  ottenute dalla (13) hanno determinato le quantità  $r_1(0) = 0,2602$  e  $r_2(0) = 0,2858$ , per le quali la non coincidenza con i valori di  $\rho_1 = 0,40$  e  $\rho_2 = 0,89$  non può essere verosimilmente imputata nè all'approssimazione effettuata nè ad errori nella stima di natura casuale.

Prima di lasciar cadere il modello MR-2, ritenuto ormai inap-

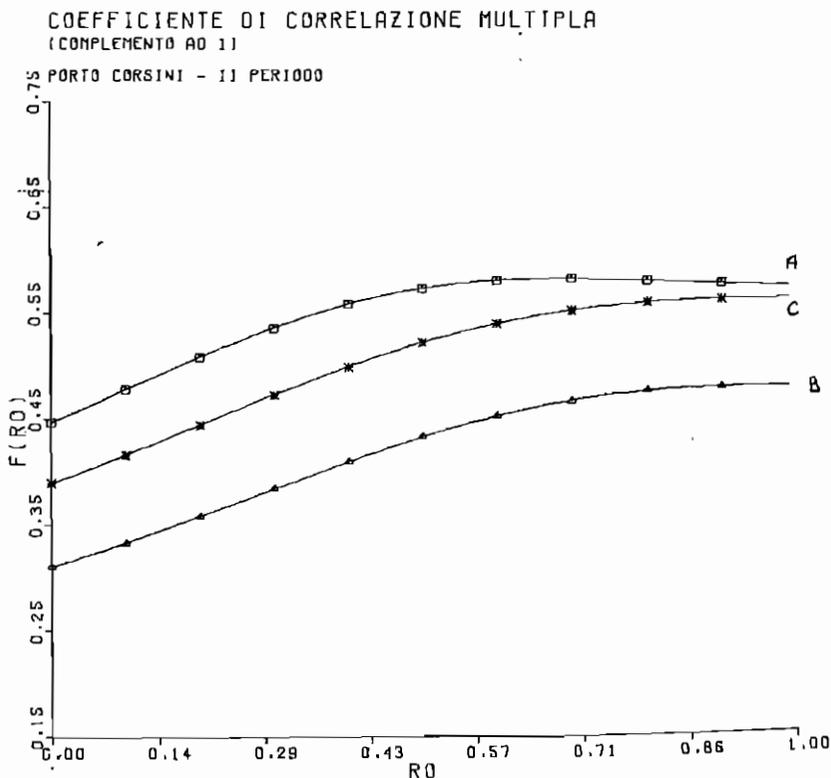


Fig. 6

plicabile sia al fenomeno dei livelli marini di Venezia che di Porto Corsini, è stato eseguito il test in base al rapporto formulato in (16), potendosi rivelare utile per successivi confronti. La quantità ottenuta, considerando  $g_{14} = 219$  e  $g_{15} = 218$ , e riferita al coefficiente  $\rho = 0,41$  corrispondente al minimo valor assoluto (0,0017) raggiunto dalla autocorrelazione dei residui del modello non ristretto (15), è risultata di un'entità pari a 2,831 inferiore al livello critico del 5%; quindi l'ipotesi di estensibilità, qualora fosse dato valido il modello MR-2, si sarebbe dovuta accettare.

Nelle Fig. 4 e 6 (lettera A) sono riportate le curve parametriche di  $1 - R^2$ , esse descrivono dei valori superiori alla curva individuata per i livelli di Venezia ed indicano quindi una minore adattabilità del modello lineare a spiegare l'andamento del fenomeno.

Per i valori di  $\rho$  di maggior interesse nella Fig. 4 si ha:

$$1 - R^2(0) = 0,4911, \quad 1 - R(0,40) = 0,5831,$$

nella Fig. 6 si ha:

$$1 - R^2(0) = 0,4474, \quad 1 - R^2(0,89) = 0,5759.$$

I valori dei parametri ottenuti con l'applicazione del modello MR-2, separatamente per i due periodi in discussione, sono riportati nella Tab. 4 e nella Tab. 5. Nella Tab. 6 e 7 sono riportati i valori dei parametri ottenuti con il modello ristretto (14) e il modello non ristretto (15).

Il giudizio espresso dal test indica nella differenza tra l'incremento medio mensile di 0,54 mm per il primo periodo e quello relativo al secondo periodo di 0,77 mm un mutamento di natura accidentale. Potrebbe essere interessante osservare che l'approssimativa coincidenza di tali incrementi con quelli ottenuti applicando il modello MR-2 separatamente nei due periodi è limitata solo al primo periodo (0,51 mm), mentre per il secondo, il valore di 0,089 mm sembra chiaramente distorto da un'errata scelta del coefficiente  $\rho$ .

TAB. 4. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - dicembre 1958).

Stime dei parametri relative al modello MR-2 ( $\varrho = 0,40$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,67815048 \times 10^3$
$B_1$	$-0,13630178 \times 10$
$B_2$	$-0,12226850$
$B_3$	$0,24302698 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,89415330$
$B_5$	$0,70938214$
$B_6$	$-0,16775663 \times 10^{-1}$
$B_7$	$-0,17088468 \times 10$
$B_8$	$0,72811550$
$B_9$	$-0,24201857$
$B_{10}$	$-0,10269789 \times 10$
$B_{11}$	$0,13657176 \times 10$
$C'$	$0,51143367 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \varrho)$	$0,85238945 \times 10^{-1}$

 TAB. 5. - *Porto Corsini* (maggio 1964 - dicembre 1971).

Stime dei parametri relative al modello MR-2 ( $\varrho = 0,89$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,73678167 \times 10^2$
$B_1$	$-0,71888994$
$B_2$	$-0,20589096$
$B_3$	$0,26342454 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,20283525$
$B_5$	$-0,74068913$
$B_6$	$-0,78984743 \times 10^{-1}$
$B_7$	$0,26167748 \times 10$
$B_8$	$-0,20100009$
$B_9$	$-0,34795278$
$B_{10}$	$0,22391963 \times 10^1$
$B_{11}$	$-0,93960961 \times 10^{-1}$
$C'$	$0,88596843 \times 10^{-2}$
$C = C'/(1 - \varrho)$	$0,80542584 \times 10^{-1}$

Il calcolo di  $C_1$  (0,92 mm) e  $C_2$  (1,30 mm) riferibili al modello MR-1 dimostrano, analogamente a quanto si è visto per Venezia, che trascurare l'aspetto dell'autocorrelazione nei residui conduce ad una esagerata stima dell'innalzamento del livello medio marino mensile.

TAB. 6. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - dicembre 1958)  
(maggio 1964 - dicembre 1971).

Stime dei parametri del modello ristretto (14) ( $\rho = 0,41$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,59522599 \times 10^3$
$B_1$	$-0,12083155 \times 10$
$B_2$	$-0,20995078$
$B_3$	$0,36372803 \times 10^{-1}$
$B_4$	$-0,23622154 \times 10^{-1}$
$B_5$	$0,23128253$
$B_6$	$-0,53392223$
$B_7$	$-0,48225270 \times 10^{-1}$
$B_8$	$0,22022392 \times 10^{-1}$
$B_9$	$-0,12872569$
$B_{10}$	$-0,51907903 \times 10^{-2}$
$B_{11}$	$0,59858514$
$C'$	$0,79398281 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \rho)$	$0,13457336$

Anche in questo caso la mancata depurazione della stagionalità nei livelli marini può essere rilevata dal discreto peso del coefficiente negativo del vento di SE ( $B_7$ ) risultante dalla Tab. 4. La discordanza nei segni tra le diverse stime dei parametri dei venti per Porto Corsini rafforza l'ipotesi della presenza della stagionalità quando venga interpretata come prevalenza o meno del fenomeno stagionale dei livelli marini nei confronti della stagionalità dei fattori atmosferici.

TAB. 7. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - dicembre 1958)  
(maggio 1964 - dicembre 1971).

Stime dei parametri del modello non ristretto (15) ( $\varrho = 0,41$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,59650633 \times 10^3$
$B_1$	$-0,12078287 \times 10^1$
$B_2$	$-0,20945252$
$B_3$	$0,32400382 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,13184095$
$B_5$	$0,34557850$
$B_6$	$-0,21629778$
$B_7$	$0,34314914 \times 10^{-1}$
$B_8$	$0,14702113$
$B_9$	$-0,87589111 \times 10^{-1}$
$B_{10}$	$0,38690556$
$B_{11}$	$0,88123705$
$C'_1$	$0,54495562 \times 10^{-1}$
$C'_2$	$0,77195139 \times 10^{-1}$
$C_1 = C'_1/(1 - \varrho)$	$0,92365359 \times 10^{-1}$
$C_2 = C'_2/(1 - \varrho)$	$0,13083922$

### 5. Determinazione della componente stagionale di marea a Venezia e a Porto Corsini.

Le perplessità sollevate dall'applicazione del modello MR-2 hanno ottenuto una pronta verifica mediante l'analisi della struttura ciclica dei residui. Operando con l'analisi spettrale (\*) è possibile evidenziare non solo la presenza di ciclicità regolari nell'« input » considerati, ma anche l'eventuale permanenza di strutture autoregressive. Il presupposto all'applicazione di questa meto-

(\*) Una sintetica esposizione di tale analisi ed il significato descrittivo della curva spettrale sono contenuti in [10] e [15].

dologia è la stazionarietà del processo  $\varepsilon_t$  nel senso che  $\text{Med}\{\varepsilon_t\} = \mu_\varepsilon$  e  $\text{Var}\{\varepsilon_t\} = \sigma_\varepsilon$  sono indipendenti dalla variabile  $t$ .

Per Venezia, dato che  $\mu_\varepsilon = 0$  e  $\sigma_\varepsilon$  è supposta costante nel tempo relativamente al periodo (1947-1967), è stata calcolata la curva spettrale, qui riportata nella Fig. 7, correggendo la non consistenza della stima con quella particolare tecnica di filtraggio della serie temporale che utilizza le cosiddette « lag windows ». Nella presente analisi si è utilizzata la « finestra » suggerita dal Parzen (\*) per lags ai diversi livelli 80, 120, 180. Nella Fig. 7 risultano quindi sovrapposte quattro curve spettrali di cui una (indicata per 252 lags) corrisponde alla stima « grezza » dello spettro.

Tutte le curve hanno evidenziato inequivocabilmente la presenza di due ciclicità regolari nella frequenze  $\omega_1 = 1, \bar{6}$  e  $\omega_2 = 0,8\bar{3}$ , corrispondenti ai periodi di 6 e 12 mesi, mentre nelle altre frequenze la curva manteneva un andamento pressoché costante. Poiché la curva spettrale di un « rumore puramente casuale » si presenta appunto costante, la depurazione dei residui delle due ciclicità rilevate avrebbe permesso una loro corretta interpretazione attraverso lo schema markoffiano.

La presenza di ciclicità in  $\varepsilon_t$  altera inevitabilmente la determinazione dell'indice di autocorrelazione  $r$  il quale raggiungerà il minimo assoluto per un valore  $\rho$  diverso da quello derivato in precedenza con il procedimento iterativo.

Una prima via seguita per correggere la scelta di  $\rho$  è consistita nel depurare direttamente i residui  $\varepsilon_t(\rho)$ , desunti dal modello MR-2 supposto valido, dalle componenti armoniche corrispondenti alle frequenze  $\omega_1$  e  $\omega_2$ . In tal modo s'è rifatto il procedimento iterativo ricercando quel valore  $\rho$  a cui corrispondeva la minima autocorrelazione in valore assoluto.

Posto, quindi, che ai residui potesse competere un « modello di stagionalità » secondo la seguente formulazione:

$$(17) \quad \varepsilon_t(\rho) = R_0(\rho) + \sum_1^2 R_k(\rho) \cos[2\pi\omega_k(t-1) + \varphi_k(\rho)] + \eta_t(\rho) \\ (t = 1, 2, \dots, N)$$

(\*) Indicata dall'Autore in [14] con  $h_3(u)$ .

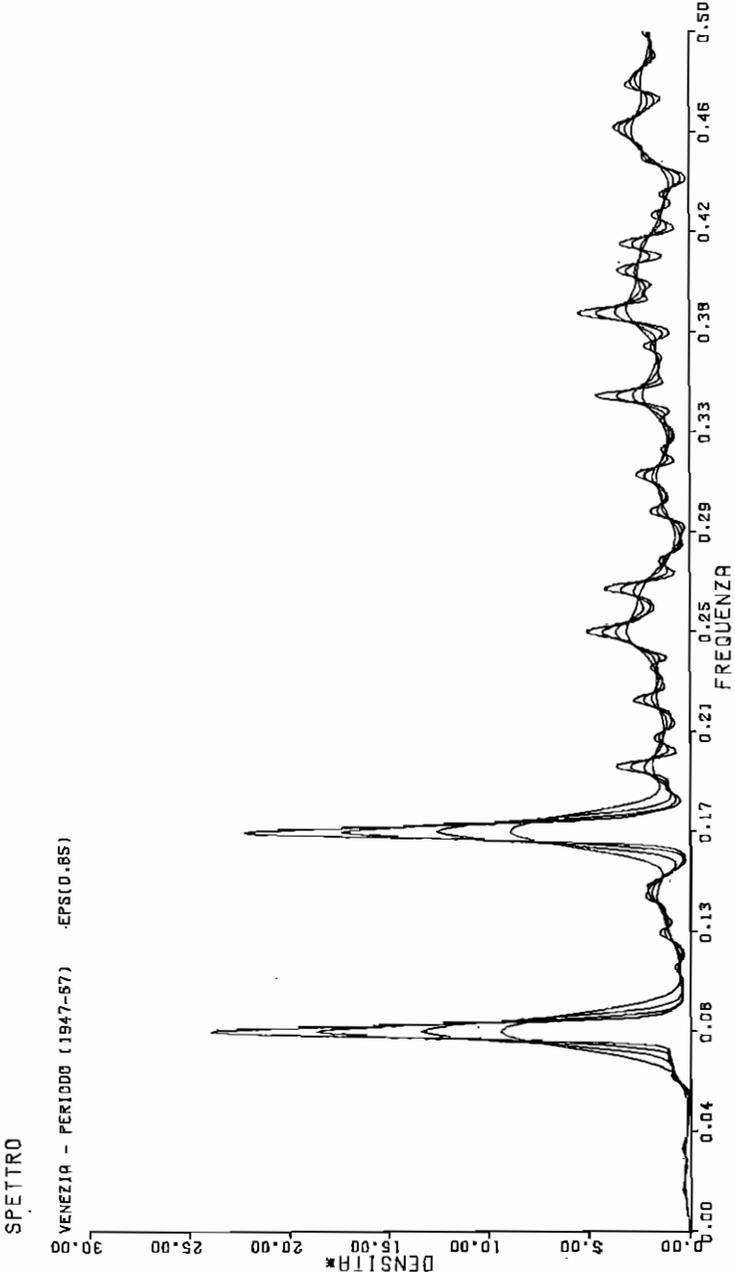


Fig. 7

dove  $\eta_t(\varrho)$ , per un particolare valore di  $\varrho$ , sono assunte come determinazioni di una v.c. normale con  $\mu_\eta = 0$  e varianza  $\sigma_\eta^2$ , le ampiezze  $R_k(\varrho)$  e le fasi  $\varphi_k(\varrho)$  sono state ricavate dalle stime dei coefficienti di Fourier  $a_k$  e  $b_k$ , con il metodo dei minimi quadrati, in base alle note relazioni:

$$R_k(\varrho) = \sqrt{a_k^2(\varrho) + b_k^2(\varrho)},$$

$$\varphi_k(\varrho) = \operatorname{arctg} \left( -\frac{b_k(\varrho)}{a_k(\varrho)} \right).$$

Le stime delle fasi, ottenute nell'intervallo  $(-\pi/2, \pi/2)$ , sono state riferite al tempo  $t=0$  del gennaio 1947 ed al loro proprio intervallo di definizione  $(0, 2\pi)$ .

Dalle elaborazioni dei dati a Venezia (\*) è risultata una nuova curva dell'autocorrelazione dei residui  $\eta_t(\varrho)$ , indicata dalla Fig. 1 e contrassegnata dalla lettera B. Dall'esame del grafico è possibile notare come il valor minimo assoluto di  $r(\varrho)$  si abbia in corrispondenza di  $\varrho = 0,37$  abbastanza vicino alla sua stima approssimativa  $r(0) = 0,3371$ .

La validità della depurazione dei risultati dalla componente stagionale è stata valutata riesaminando la struttura ciclica dei residui  $\eta_t(0,37)$  con una nuova curva spettrale e con le relative curve smussate dello spettro ottenute, a loro volta, con finestre dei ritardi della medesima apertura precedente e qui riportate nella Fig. 8.

Si noti come le curve assumono un andamento pressochè parallelo rispetto all'asse delle frequenze. Ciò indica appunto che i residui possono essere interpretati come determinazioni di una v.c. normale. In particolare, poichè nella gamma delle basse frequenze il comportamento delle curve presenta caratteristiche pressochè analoghe rispetto alle altre frequenze, ciò significa che viene

(\*) Va detto che il periodo considerato in questo caso ha avuto come inizio il marzo 1947 in analogia con i dati disponibili per Porto Corsini ed è stato esteso fino al febbraio 1968 al fine di ottenere 252 residui mensili, una numerosità multipla di 12. Solo in questo modo si sarebbe avuta una stima corretta dei coefficienti di Fourier.

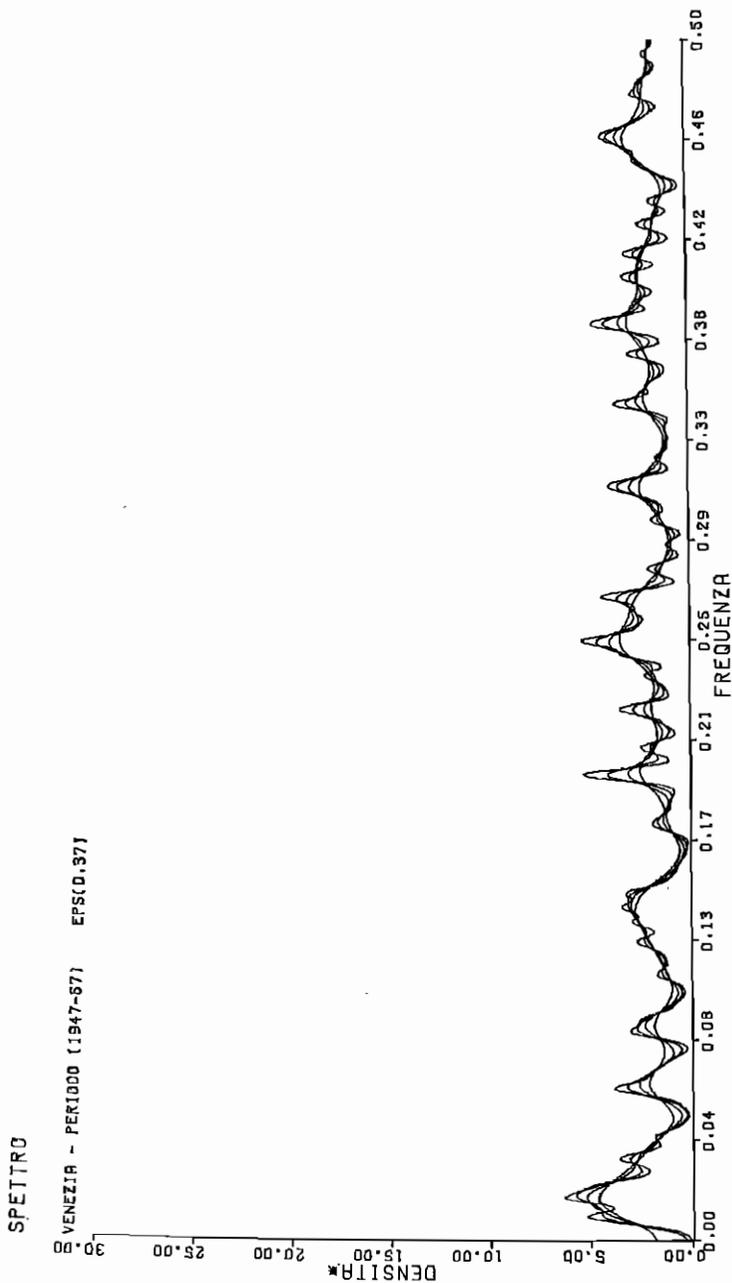


Fig. 8

eliminata l'autocorrelazione nei residui anche di ordine superiore ad uno.

Nella Fig. 2 con la lettera *B* si è indicata la curva  $1 - R^2(\varrho)$  calcolata sui residui  $\eta_i(\varrho)$ . Lo scemputo della variabilità imputabile alla stagionalità non può che abbassare tale curva rispetto alla curva *A*, questo non significa che vi sia un adattamento migliore dell'iperpiano di regressione ai valori dei livelli marini, ma, mantenendosi costantemente al di sotto della curva *A*, ottiene l'importante risultato di verificare che la stagionalità viene effettivamente rimossa per un valore di  $\varrho$  qualsiasi.

Nella Tab. 8 sono riportate le stime dei parametri del modello MR-2 corrispondenti a  $\varrho = 0,37$ . I rilievi più interessanti che si possono fare sono la correzione del segno dei parametri  $B_2$  e  $B_4$  relativi alla temperatura e al vento proveniente da N rispetto ai valori contenuti nella Tab. 3 e la permanenza della

TAB. 8. - Venezia (marzo 1947 - marzo 1968).

Stime dei parametri relativi al modello MR-2 ( $\varrho = 0,37$ ) in base alla destagionalizzazione dei residui $\varepsilon_t$	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,10011381 \times 10^4$
$B_1$	$-0,18833798 \times 10$
$B_2$	$0,13761988$
$B_3$	$0,16999808 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,78177473$
$B_5$	$0,22013548 \times 10^{-2}$
$B_6$	$-0,14340489 \times 10^{-2}$
$B_7$	$-0,15802762 \times 10^{-2}$
$B_8$	$-0,15894423 \times 10^{-2}$
$B_9$	$0,59542649 \times 10^{-2}$
$B_{10}$	$0,41257614 \times 10^{-2}$
$B_{11}$	$-0,74817646 \times 10^{-3}$
$C'$	$0,24258579 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \varrho)$	$0,38505682 \times 10^{-1}$

negatività dei parametri  $B_7$  e  $B_8$  relativi ai venti di scirocco com'è del resto ovvio dato che la correzione della « stagionalità » della marea avviene solo sui residui  $\varepsilon_i$ . Il parametro  $C'$  indica, in questo caso, un innalzamento medio mensile del livello marino di 0,24 mm notevolmente superiore a quello indicato per  $\rho = 0,85$ .

L'onda armonica presente nei residui, qui chiamata « stagionale » può dirsi di origine astronomica in senso lato, cioè non legata a fattori di natura atmosferica. Ciò si desume dalla sua determinazione operata sui residui derivanti dal modello MR-2 e quindi depurati dai fattori atmosferici.

Si è detto « astronomica in senso lato » poichè può essere escluso che le cause della stagionalità siano da imputarsi a effetti indotti dal fenomeno di attrazione dei corpi celesti, effetti astronomici già scomputati dai livelli marini medi mensili effettivi anteriormente all'applicazione del modello. Le cause sono forse da ricercarsi nei fenomeni termici che agiscono sulle masse componenti la superficie terrestre e seguono appunto un andamento stagionale.

La curva di stagionalità, per Venezia, è rappresentata nella Fig. 9 e indicata con  $A$ , mentre nella Tab. 9, sezione  $A$ , sono riportati i valori delle stime dei parametri che la compongono ( $\rho = 0$ ) come pure i valori delle stime, ottenute per  $\rho = 0,37$  utilizzati per lo scomputo della stagionalità dai residui  $\varepsilon_i(0)$ . Il confronto fra queste stime porta a concludere che il valore di  $\rho$  non ha un'influenza decisiva sulle ampiezze e, quel che è più importante, sulle fasi. La Fig. 4, lettera  $A$ , indica che il livello di marea stagionale più basso si ha a metà del mese di Marzo in cui raggiunge i cm  $-3,9129$  rispetto alla media della curva calcolata sull'intervallo periodale, mentre il livello più alto raggiunge i cm  $5,0359$  alla fine del mese di Novembre. È importante notare come i mesi estivi siano caratterizzati da maree stagionali relativamente basse, mentre com'è noto in tali mesi più che in altri sono presenti sull'area adriatica forti venti di scirocco. Tale risultato giustifica, come si è detto, la negatività dei parametri  $B_6$  e  $B_7$  riscontrata nella Tab. 2 e 3. In generale si può affermare che il modello MR-2 pur corretto della stagionalità nei residui rimane insoddisfacente per quanto riguarda una adeguata

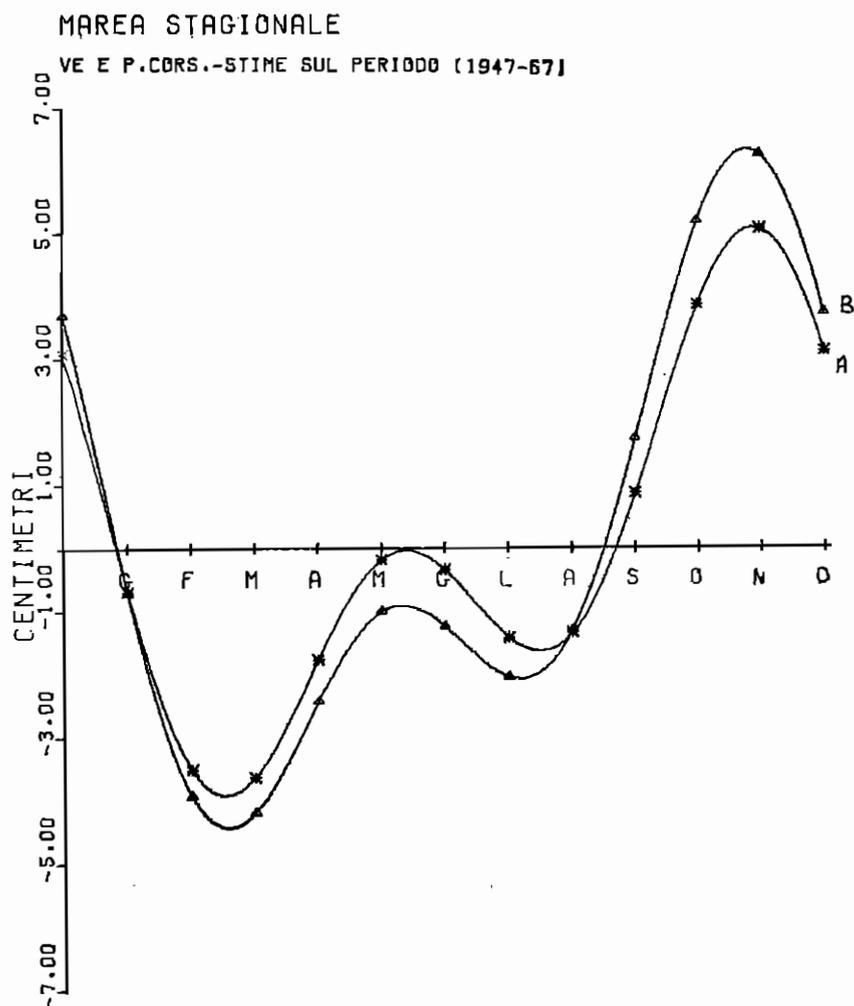


Fig. 9

stima dei parametri delle variabili atmosferiche. Una più corretta scelta di  $\rho$  non dovrà quindi conseguirsi con la semplice depurazione dei residui ad un secondo stadio delle elaborazioni ma procedere dall'iniziale scomputo della stagionalità operata sui livelli marini medi mensili.

TAB. 9. - *Stime dei parametri dei modelli di stagionalità delle maree.*

Sezione	Località e periodo di riferimento	Coefficiente $\rho$ di autoregressione	Periodicità (in mesi)	Ampiezza $R_k$ (in cm)	Fasi $\varphi_k$ (*) (in rad.)	Fasi $\varphi_k$ (*) (in mesi)
A	Venezia (marzo 1947 - marzo 1968)	0,00	6	2,433572	2,014199	1,923419
			12	2,823136	1,438129	2,746624
		0,37	6	2,347310	2,262932	2,160941
			12	2,720742	1,689019	3,225788
B	Porto Corsini (marzo 1947 - marzo 1959)	0,00	6	2,172224	1,344106	1,283527
			12	2,579908	1,418814	2,709735
		0,25	6	2,210156	1,566050	1,495468
			12	2,803650	1,570928	3,000252
C	Porto Corsini (marzo 1964 - marzo 1971)	0,00	6	3,680146	2,938151	2,805728
			12	2,777662	1,342205	2,563423
		0,54	6	2,677964	3,323240	3,173460
			12	2,459582	1,767393	3,375472
D	Porto Corsini (marzo 1947 - marzo 1959)	0,00	6	2,017536	2,043253	1,951163
			12	3,052236	1,372177	2,620665
	(marzo 1964 - marzo 1971)	0,29	6	1,897719	2,196491	2,097494
			12	3,111414	1,558895	2,977270
E	Porto Corsini (marzo 1947 - marzo 1968)	0,00	6 12	2,606064 3,845222	2,125209 1,395291	2,029426 2,664810

(\*) Le fasi sono riferite al tempo  $t = 0$  (Gennaio 1947).

In riferimento al problema di estensibilità del modello MR-2 su tutto il periodo 1974-1971 per Porto Corsini, i significativi risultati ottenuti per Venezia hanno sollecitato la verifica di una analoga presenza di onde armoniche stagionali nei livelli marini

residui di questa seconda area. L'indagine condotta con l'analisi spettrale si è limitata al solo periodo (marzo 1947-marzo 1959) (\*), evitando così di far precedere l'estensione del modello ad una ulteriore e più corretta verifica dell'ipotesi della sua invariabilità.

Le curve spettrali riportate nella Fig. 10 ottenute con finestre dei ritardi per le ampiezze 50, 70, 100 e 141 si riferiscono ai valori residui  $\varepsilon_t(0,40)$ . Esse, non solo hanno confermato la presenza delle medesime componenti cicliche nelle frequenze  $\omega_1 = 1, \bar{6}$  e  $\omega_2 = 0,8\bar{3}$  pur con picchi sensibilmente smorzati per la più ridotta numerosità campionaria, ma hanno presentato un andamento maggiormente irregolare in corrispondenza delle basse frequenze.

Poichè la curva di autocorrelazione parametrica calcolata sui residui  $\eta_t(\varrho)$  raggiunge il suo minimo in valore assoluto per  $\varrho = 0,25$  (si veda Fig. 3, lettera B), si è riapplicata l'analisi spettrale sulla serie  $\eta_t(0,25)$  ottenendo, in corrispondenza dei medesimi lags temporali, quattro nuove curve sovrapposte (Fig. 11) che hanno evidenziato ancor meglio una leggera concentrazione della massa spettrale nelle bande di frequenza vicine allo zero. La scarsa disponibilità di dati non ha permesso di evidenziare cicli di più lungo periodo, riducendo d'altra parte l'importanza percentuale della variabilità assorbita per tali frequenze a livelli trascurabili; si è quindi preferito limitare lo scomputo alle sole armoniche di periodo 6 e 12 mesi.

Dall'osservazione della curva di autocorrelazione parametrica è anche possibile notare il maggiore accostamento del valore di  $\varrho$  al valore della stima approssimata  $r(0) = 0,2016$  rispetto alla precedente curva desunta dai residui non destagionalizzati. Il comportamento della curva riferita al quadrato del coefficiente di cor-

(\*) Anche in questo caso, per la determinazione dei coefficienti di Fourier si sono considerati due periodi leggermente diversi dai precedenti:

1° periodo (marzo 1947 - marzo 1959),

2° periodo (marzo 1964 - marzo 1971).

Si è così soddisfatta la necessità di costruire una serie omogenea rispetto alla stagionalità, qualora si fossero considerati congiuntamente il 1° e 2° periodo ai fini dell'applicazione del test sulla estensibilità del modello MR-2.

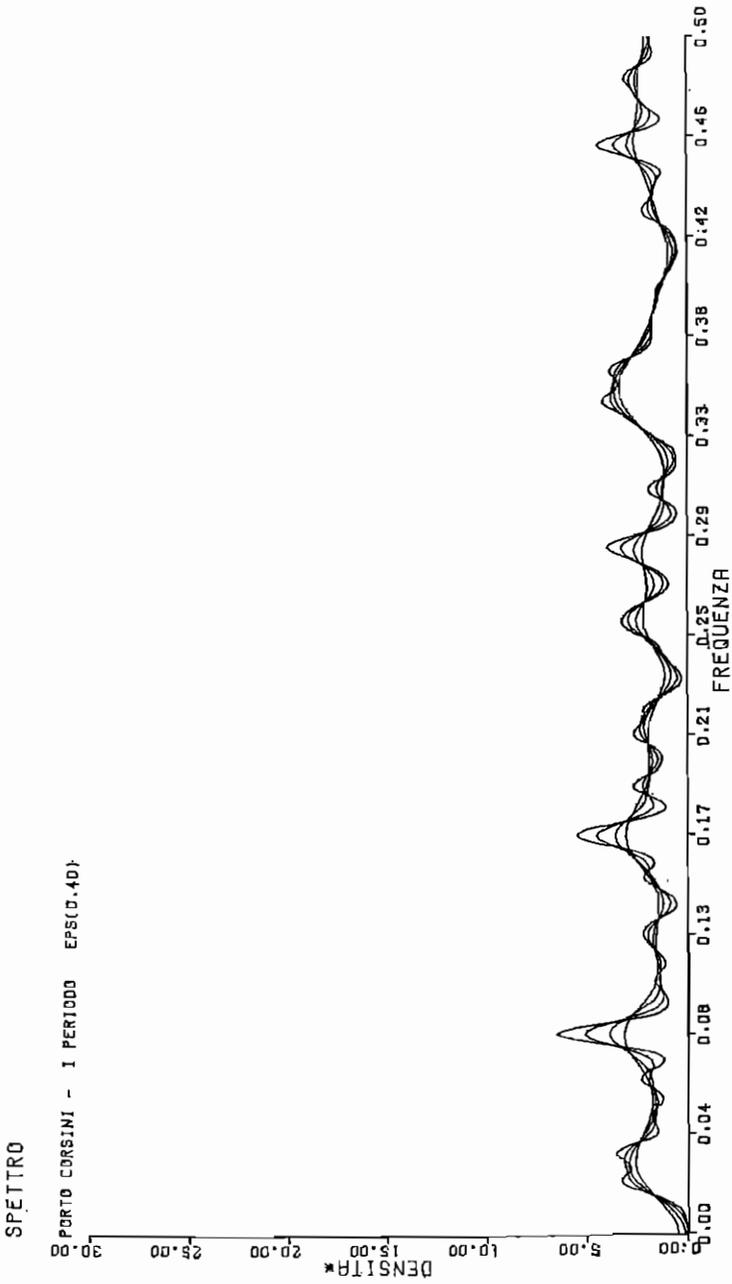


Fig. 10

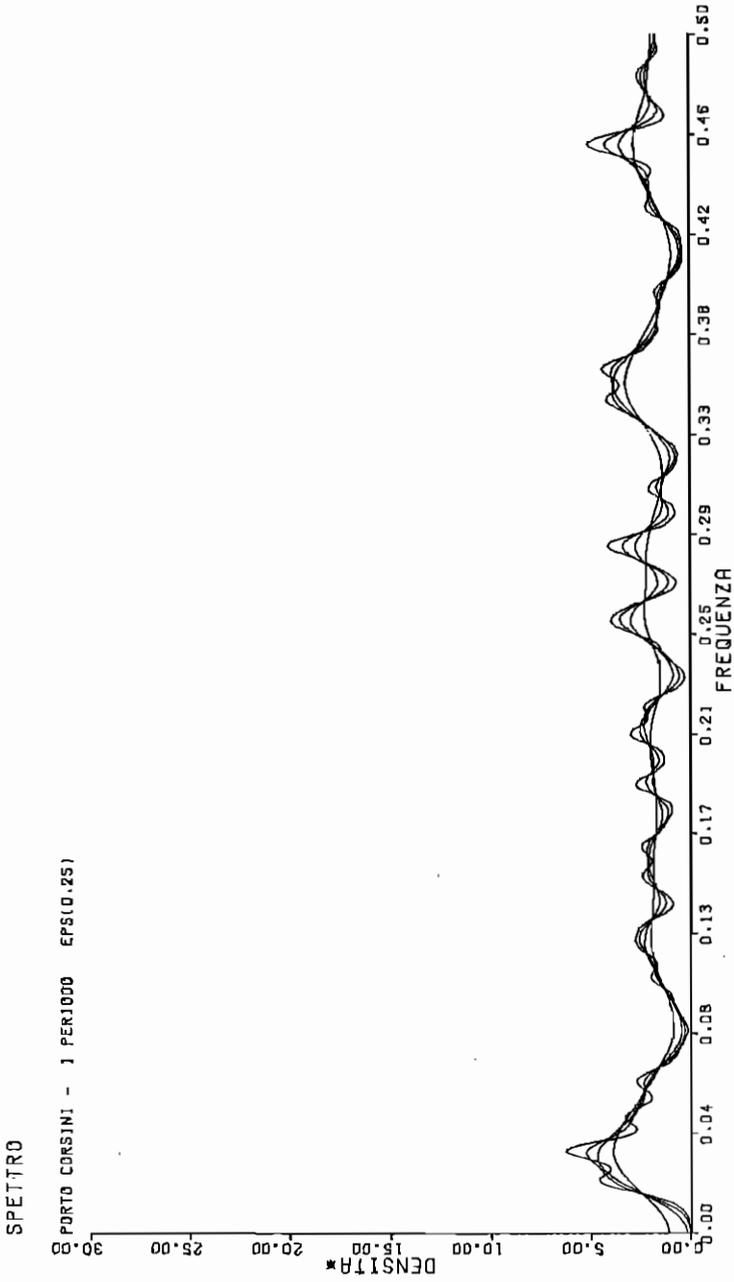


Fig. 11

relazione multipla, conferma la validità dell'operazione di destagionalizzazione dei residui ed indica un valore  $1 - R^2(0,25) = 0,469$  riportato dalla curva *B* della Fig. 4 (contro, come si ricorda,  $1 - R^2(0,40) = 0,583$  calcolato sui residui non destagionalizzati).

Analoga la situazione per il secondo periodo. In questo caso si è ritenuta superflua una verifica spettrale procedendo direttamente alla destagionalizzazione dei residui  $\varepsilon_i(\varrho)$ . Le Fig. 5 e 6 illustrano graficamente le elaborazioni eseguite. Sintetizzando si sono ottenuti i seguenti risultati:

$$|r(0,54)| = \min, \quad r(0) = 0,2651, \quad 1 - R^2(0,54) = 0,4398.$$

Per il secondo periodo risulta arduo tentare dei confronti dal momento che, rispetto alle precedenti elaborazioni, l'intervallo temporale di riferimento risulta anticipato di due mesi e decurtato di sette.

La curva della marea stagionale assume un andamento pressochè analogo a quello di Venezia, (si veda Fig. 12). Essa lo posticipa di circa 15 giorni e presenta un'escursione minore: la sua punta minima di cm  $-4,0943$  si ha all'inizio del mese di aprile e la sua punta massima di cm  $4,2105$  nella seconda settimana del mese di Dicembre. È necessario, però, far osservare che il confronto con la stagionalità già osservata per Venezia deve accompagnarsi ad una certa cautela suggerita dalla minor numerosità della serie dei residui di Porto Corsini, essendo relativa ad un intervallo temporale più ristretto.

Una scelta diversa di  $\varrho$  ha portato, per il primo periodo, alla determinazione di parametri diversi da quelli riportati nella Tab. 4. Osservando la Tab. 10, si nota la coincidenza dei segni dei parametri del modello ed un valore di  $C'$  pari a  $0,57$  mm non molto lontano dal precedente valore  $0,51$ . Relativamente al secondo periodo non è possibile, per le ragioni più sopra esposte, eseguire dei raffronti che indichino la mutata incidenza del valore del coefficiente di autoregressione. In questo caso viene stimato un coefficiente  $C'$  pari a  $0,80$  mm (si veda Tab. 11) inferiore rispetto ai  $0,88$  mm stimati per il diverso periodo assunto in precedenza.

Al fine di applicare nuovamente il test di invariabilità del modello MR-2 nei due periodi presi in considerazione per Porto

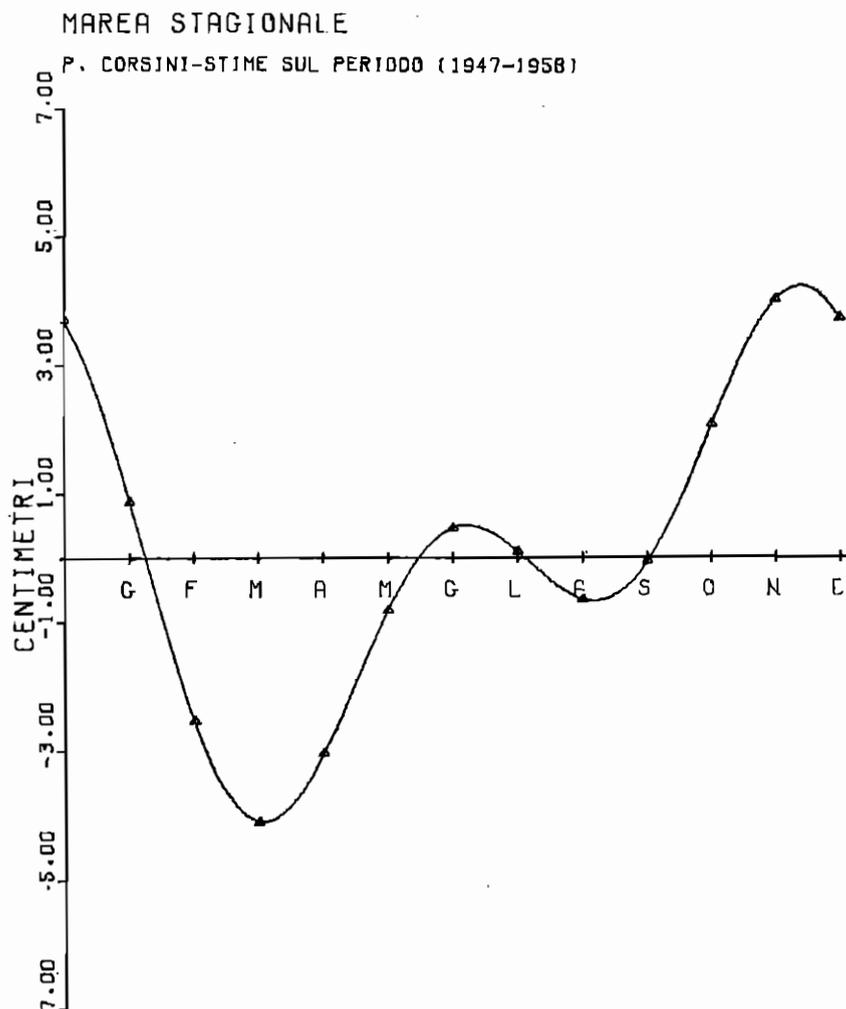


Fig. 12

Corsini, si è verificata l'ipotesi di uguale varianza  $\sigma_{\eta}^2$ . La determinazione della curva di stagionalità con la stima dei coefficienti di Fourier, avendo introdotto quattro ulteriori vincoli, ha posto il problema del computo dei gradi di libertà  $g_1$  e  $g_2$ . Infatti le stime dei coefficienti di Fourier non si sono ottenute congiunta-

TAB. 10. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - marzo 1958).

Stime dei parametri relativi al modello MR-2 ( $\varrho = 0,25$ ) in base alla destagionalizzazione dei residui $\varepsilon_t$	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,89832048 \times 10^3$
$B_1$	$-0,14533199 \times 10$
$B_2$	$-0,30889793 \times 10^{-1}$
$B_3$	$0,29949166 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,72699055$
$B_5$	$0,10541240 \times 10$
$B_6$	$-0,44036265$
$B_7$	$-0,20275288 \times 10$
$B_8$	$0,71573750$
$B_9$	$-0,36248197$
$B_{10}$	$-0,74393218$
$B_{11}$	$0,16613423 \times 10$
$C'$	$0,57076401 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \varrho)$	$0,76101868 \times 10^{-1}$

mente alle stime dei parametri del modello MR-2 attraverso la soluzione di un sistema caratterizzato da 18 equazioni lineari, ma in un secondo stadio delle elaborazioni operando sui residui  $\varepsilon_t$ . Si è preferito eliminare il dubbio se detrarre o meno i quattro vincoli dal numero dei gradi di libertà ponendosi nella condizione più sfavorevole per il test cioè scegliendo la seconda alternativa.

Dai valori delle devianze dei residui, ottenuti per gli opportuni valori di  $\varrho$ , cioè:

$$D_1(0,25) = 5979,7653 ; \quad D_2(0,54) = 1851,8139 ;$$

$$D_1(0,54) = 5901,2126 ; \quad D_2(0,25) = 1916,2950 ,$$

il test costruito per verificare l'ipotesi di uguale variabilità ha fornito le quantità 1,69149 per  $\varrho = 0,25$  e 1,71715 per  $\varrho = 0,54$

TAB. 11. - *Porto Corsini* (marzo 1964 - marzo 1971).

Stime dei parametri relativi al modello MR-2 ( $\rho = 0,54$ ) in base alla destagionalizzazione dei residui $\varepsilon_t$	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,32266713 \times 10^3$
$B_1$	$-0,81445430$
$B_2$	$-0,29570165$
$B_3$	$0,29768000 \times 10^{-1}$
$B_4$	$-0,17799198$
$B_5$	$-0,10655865 \times 10$
$B_6$	$-0,68728969$
$B_7$	$0,21413901 \times 10$
$B_8$	$-0,12049002$
$B_9$	$-0,96086608$
$B_{10}$	$0,12980840 \times 10$
$B_{11}$	$0,29369606$
$C'$	$0,80143141 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \rho)$	$0,17422422$

(riferite a  $g_1 = 131$  e  $g_2 = 71$  gradi di libertà) entrambe inferiori al valore critico della v.c.  $F$  di Snedecor solamente al livello dello 0,5 %.

L'ulteriore verifica dell'ipotesi di estensibilità del modello MR-2 si è ottenuta determinando dalla (14) e (15) e successivamente dalla (17) le due serie dei residui  $\eta_t(\rho)$  aventi autocorrelazione nulla rispettivamente per  $\rho = 0,29$  e  $\rho = 0,27$  e calcolando il rapporto formulato in (16), più sfavorevole al test, quindi per  $\eta_t(0,27)$ .

Il risultato (6,5220) riferito a  $g_{14} = 215$  e  $g_{15} = 214$  gradi di libertà si è dimostrato inferiore al valore critico del 1 % ma non al livello del 2,5 %. Il confronto con il test calcolato, trascurando il problema della stagionalità, si è dimostrato in questo caso tendenzialmente più vicino alla significatività: l'ipotesi di estensibilità del modello viene mantenuta solamente spostando, il livello del valore critico in senso più favorevole al test. Ciò potrebbe

essere spiegato non solamente attraverso l'assunzione di un periodo congiunto diverso dal precedente, ma anche considerando che la presenza della stagionalità si traduce in un elemento di maggiore rigidità nell'andamento del livello medio marino mensile. Accettando comunque l'ipotesi di invariabilità del modello MR-2 rispetto al secondo periodo, sono stati stimati i parametri per il periodo (marzo 1947 - marzo 1968).

Depurati i residui della stagionalità, il minimo valore assoluto dell'autocorrelazione si è ottenuto per  $\rho = 0,29$  (Fig. 19, lettera A). Tale risultato è stato, ancora una volta, confrontato dalla stima approssimata  $r(0) = 0,2372$ . Al piano interpolatorio così determinato è corrisposto un indice di miglioramento  $1 - R^2(0,29) = 0,3900$  (Fig. 20, lettera A) e, per ogni valore di  $\rho$ , l'indice si è mantenuto costantemente superiore rispetto alla curva parametrica ottenuta per Venezia (Fig. 2, lettera B).

TAB. 12. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - marzo 1968).

Stime dei parametri relativi al modello MR-2 ( $\rho = 0,29$ ) in base alla destagionalizzazione dei residui $\varepsilon_t$	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,83841994 \times 10^3$
$B_1$	$-0,14317901 \times 10$
$B_2$	$-0,15700202$
$B_3$	$0,38049250 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,18506614$
$B_5$	$0,12222172 \times 10^{-1}$
$B_6$	$-0,63936758$
$B_7$	$-0,12556799 \times 10^1$
$B_8$	$0,60802483$
$B_9$	$0,60389029 \times 10^{-1}$
$B_{10}$	$0,82725171$
$B_{11}$	$0,97273343$
$C'$	$0,77927435 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \rho)$	$0,10975695$

I valori dei parametri del modello regressivo riportati nella Tab. 12 suggeriscono alcuni confronti con gli analoghi valori calcolati per Venezia riportati nella Tab. 8.

Si può subito notare come risultino negativi i parametri dei venti di E e SE, mentre risultano positivi i venti spiranti da N e NO depressivi rispetto al livello di mare. Ma il rilievo più interessante è il confronto fra l'incremento del livello marino medio mensile di Porto Corsini pari a 0,77 mm certamente più consistente dei 0,24 mm di Venezia. Si deve precisare però che tali valori possono subire ulteriori modifiche qualora invece di far seguire all'applicazione del modello MR-2 la correzione dell'andamento stagionale di marea, questa la preceda.

Nella Fig. 9, lettera B, si è rappresentata la curva di stagionalità costruita in base ai parametri stimati sul periodo (1947-1968) e riportati nella Tab. 9, sezione E.

L'andamento della marea stagionale risulta modificata rispetto ai risultati ottenuti sul solo 1° periodo, infatti la fase viene aggiustata fino a coincidere approssimativamente con quella della marea stagionale di Venezia e l'onda presenta un'escursione superiore: in Marzo si osserva la punta minima di  $-4,1182$  cm ed in Novembre la massima di  $6,2965$  cm.

Il confronto con Venezia risulta in questo caso più significativo essendo il bacino veneziano più chiuso e quindi maggiormente protetto.

## 6. Destagionalizzazione delle serie dei livelli marini.

Nel procedere alla destagionalizzazione del livello medio mensile di marea sono inevitabilmente sorti alcuni problemi in ordine all'individuazione della curva di stagionalità. Esiste la possibilità di determinare i coefficienti di Fourier di processi deterministici caratterizzati dalla compresenza di componenti evolutive del tempo e di componenti periodiche, infatti la parte di variabilità imputabile alla prima vengono assorbite dalle armoniche con frequenza molto vicina allo zero; qui, tuttavia, si è scartata l'idea di stimare le ampiezze  $R_k$  e le fasi  $\varphi_k$  in base ai livelli marini medi mensili  ${}_D Y_t$  poichè tali stime avrebbero interpretato anche

la parte di stagionalità imputabile a fattori atmosferici. Si è lasciata anche la possibilità di stimare i coefficienti di Fourier simultaneamente ai parametri del modello MR-2 costruendo un unico sistema di 18 equazioni in quanto si sarebbe incorsi nell'inconveniente della collinearità tra variabili. Infatti l'introduzione di un nuovo fattore esplicativo, cioè la stagionalità, esplicitato mediante somme di funzioni cosinusoidali del tempo, avrebbe fornito un'elevata correlazione con le variabili atmosferiche notoriamente legate al fattore stagionale. È risaputo che, qualora almeno uno dei coefficienti di correlazione semplice tra le variabili considerate dal modello sia pari ad uno, si può pensare le variabili in questione come combinazione lineare l'una dell'altra e si addivene all'indeterminatezza dei coefficienti di regressione.

Nel caso in cui si abbiano dei coefficienti di correlazione prossimi al valore uno, si riesce a determinare i coefficienti di regressione, ma essi perdono chiaramente di significato.

Ci si è limitati, in definitiva, ad interpretare i livelli marini astronomici stagionali risultanti da:

$${}_{AS}Y_t = \varepsilon_t(0) - \eta_t(0),$$

In tal modo diveniva possibile ridefinire molto semplicemente la espressione (1) nella seguente forma:

$$(18) \quad {}_D\bar{Y}_t = {}_D Y_t - {}_{AS}Y_t = A + \sum_1^{11} B_i X_{i,t} + Ct + \eta_t$$

ed interpretare l'andamento della variabile  ${}_D\bar{Y}_t$  attraverso il modello MR-2 in modo del tutto analogo a quanto si era già fatto per  ${}_D Y_t$ .

Le stime dei coefficienti di Fourier, riferite al valore  $\varrho = 0$ , calcolate per la costruzione dell'onda stagionale  ${}_{AS}Y_t$  sono riportate nella Tab. 9 accanto a quelle determinate in precedenza in base ai valori di autocorrelazione nulla degli errori  $\eta_t$  (\*).

---

(\*) Con  $\eta_t$  vengono indicati i valori  $\varepsilon_t$  destagionalizzati, come in questo ultimo caso, ed i residui risultanti dall'applicazione del modello regressivo sui livelli marini destagionalizzati, dovendo essi concettualmente coincidere con i primi.

Da un loro confronto è possibile confermare quanto già osservato per i soli valori di Venezia cioè la scarsa influenza che ha sulle stime lo scomputo dell'autocorrelazione di primo ordine dai residui e l'impossibilità di stabilire una regola empirica di incremento o decremento, almeno per quanto riguarda le ampiezze, man mano che il coefficiente di autoregressione aumenta.

Per esigenze di chiarezza si è considerato opportuno riformulare il modello MR-2 applicato ai livelli marini medi mensili  ${}_D\bar{Y}_t$  nel seguente modo:

$$(19) \quad {}_D\bar{Y}_t^*(\varrho) = A' + \sum_i^{11} B_i X_{i,t}^*(\varrho) + C' t + \eta_t(\varrho)$$

avendo posto, analogamente alla (9):

$$\begin{aligned} {}_D\bar{Y}_t^*(\varrho) &= {}_D\bar{Y}_t - \varrho {}_D\bar{Y}_{t-1}, \\ X_{i,t}^*(\varrho) &= X_{i,t} - \varrho X_{i,t-1}. \end{aligned}$$

Eseguita l'elaborazione dei dati per Venezia (marzo 1947 - marzo 1968) e per Porto Corsini relativamente ai periodi già specificati nel precedente paragrafo si sono avuti alcuni risultati piuttosto interessanti.

Anzitutto si è potuto verificare, in base alla formulazione (18), l'efficacia della destagionalizzazione attraverso la stima dei coefficienti di Fourier sugli errori  $\varepsilon_t$ . A tal proposito si è proceduto ad una verifica in base ad una ulteriore stima dei coefficienti di Fourier sulla serie degli  $\eta_t$ . Una perfetta destagionalizzazione avrebbe fornito per le periodicità di 6 e 12 mesi delle ampiezze approssimativamente molto vicine allo zero. In realtà sono risultate per Venezia, con  $\varrho = 0$ , ampiezze pari a cm 0,6705 per la onda semestrale e cm 1,6844 per l'onda annuale. Confrontando questi risultati con quanto riportato nella Tab. 9 è possibile notare come lo scomputo della stagionalità sia avvenuto solo parzialmente e rispettivamente del 72,45 % e del 40,33 %. Ciò sembra interpretabile con un iniziale assorbimento, operato dal modello lineare regressivo, di parte della stagionalità astronomica non riassorbibile per intero con una successiva applicazione del modello lineare.

Il problema della destagionalizzazione a Porto Corsini è apparso un po' più complesso, dovendosi in questo caso arrivare alla determinazione di un'unica curva di stagionalità per i due periodi considerati e per il modello ristretto (14) e non ristretto (15). L'attenzione maggiore si doveva naturalmente porre alla determinazione della fase: un possibile errore nella sua stima avrebbe provocato, con lo scomputo della stagionalità, effetti additivi impropri sui livelli marini. Osservando la Tab. 9 è possibile rilevare, in corrispondenza di  $\varrho = 0$ , per i primi due periodi di Porto Corsini e per il periodo complessivo relativo ai suaccennati modelli (14) e (15), dei valori di fase il cui campo di variazione è più semplicemente traducibile nel seguente modo: per la periodicità di 6 mesi si va da un minimo di 1 mese e 8 giorni circa del 1° periodo fino ad un massimo di 2 mesi e 21 giorni del 2° periodo; ciò significa che il massimo dell'onda semestrale può aversi indifferentemente attorno alla 1<sup>a</sup> settimana di Febbraio o all'ultima settimana di Marzo. Riguardo alla periodicità di 12 mesi si va da un minimo di 2 mesi e circa 16 giorni ad un massimo di 2 mesi e 21 giorni.

Eseguendo la media aritmetica delle fasi del 1° e 2° periodo per ogni singola periodicità, si può osservare come esse coincidano in modo molto approssimato alle fasi stimate per i due periodi considerati congiuntamente; la maggiore differenza si ha per la periodicità semestrale che non supera, tuttavia, i 3 giorni. Questo risultato ha suggerito la determinazione di un unico valore di fase come media aritmetica delle fasi relative ai due singoli periodi e della fase dei due periodi congiunti. Si sono ottenuti così dei valori, espressi in radianti, pari a 2,10850 per l'onda semestrale e 1,37773 per l'onda annuale.

Anche per le ampiezze  $R_k$ , si è ritenuto opportuno calcolare, analogamente a quanto fatto per la fase, la loro media aritmetica e si sono ottenuti i valori di cm 2,62363 per l'onda semestrale e cm 2,80293 per l'onda annuale (\*).

---

(\*) Tali fasi ed ampiezze sono fin d'ora confrontabili con le stime riportate alla sezione E della tab. 9, le quali ovviamente non sono assumibili dovendosi verificare prima l'ipotesi di estensibilità del modello MR-2 per Porto Corsini.

La verifica della percentuale di destagionalizzazione per i livelli marini di Porto Corsini, è stata eseguita separatamente sui due periodi utilizzando le curve stagionali costruite con i parametri stimati per  $\rho = 0$  e riportati nella Tab. 9 alla sezione *B* e *C*. L'applicazione del modello MR-2 sui dati così destagionalizzati ha ricondotto all'esame dei residui  $\eta_t$  i quali risultavano non completamente liberati da componenti cicliche. Più precisamente, i livelli marini relativi al 1° periodo risultavano destagionalizzati del 56,62 % per l'onda semestrale e del 37,71 % per l'onda annuale, mentre per il 2° periodo risultavano rispettivamente lo 86,51 % ed il 67,88 %: È interessante osservare come, nei tre casi esaminati, sia sempre la componente annuale della stagionalità a presentare uno scomputo minore. In ogni caso i valori delle ampiezze riportate nella Tab. 9 dovranno necessariamente essere considerati sottostimati.

## 7. Applicazione del modello MR-2 sui livelli marini di Venezia destagionalizzati e sua estensione agli anni 1969, 1970 e 1971.

Dall'applicazione della formulazione (19) ai livelli medi marini destagionalizzati  ${}_D\bar{Y}_t$  con il metodo dei minimi quadrati, si è ottenuta una nuova curva parametrica in  $\rho$  dell'autocorrelazione dei residui  $\eta_t$  rappresentata nella Fig. 1 e contrassegnata dalla lettera *C*. Tale curva risulta intermedia rispetto alle curve *A* e *B*, come ci si poteva attendere in seguito alle osservazioni già esposte nel precedente paragrafo circa la parziale depurazione del livello marino dalla componente stagionale. Il minimo in valore assoluto la curva lo raggiunge per  $\rho = 0,50$  essendo  $r(0,50) = 0,003432$ . Il confronto con  $r(0) = 0,4230$  indica che tale stima di  $\rho$  non è molto lontana dal valore teorico del parametro. Qui si ritrova anche un'ulteriore conferma dell'insensibilità della stima desunta dalla (13) qualora i termini  $\hat{u}_t$  siano inquinati da un processo deterministico, infatti il precedente valore di  $r(0)$  in presenza della stagionalità era pari a 0,4359.

L'indice di miglioramento è risultato  $1 - R^2(0,50) = 0,2403$  leggermente inferiore al valore  $1 - R^2(0) = 0,2528$  indicando, quindi,

una maggiore adattabilità del modello lineare regressivo all'andamento del livello marino dopo l'effettuata destagionalizzazione (si veda il confronto fra la curva  $A$  e  $C$  nella Fig. 2).

Le stime dei parametri del modello, ottenute per  $\rho = 0,50$ , sono riportate dalla Tab. 13. Esse forniscono alcuni valori significativi sui quali, è necessario fare un breve commento. Dal confronto con la Tab. 8 si può verificare anzitutto il cambiamento di segno di alcune stime: è il caso del parametro  $B_2$  relativo al fattore « temperatura » e del parametro  $B_4$  legato al fattore « vento proveniente da N »; ed infatti se l'andamento della marea raggiunge i livelli più elevati nel periodo invernale, nello stesso periodo i valori della temperatura sono i più bassi; inoltre è risaputo che i venti spiranti da Nord hanno un effetto depressivo dei livelli di marea. La parziale destagionalizzazione ha impedito ai parametri dei venti di SE ( $B_7$ ) e S ( $B_8$ ) di assumere segno posi-

TAB. 13. - Venezia (marzo 1947 - marzo 1969).

Stime dei parametri relativi al modello MR ( $\rho = 0,50$ ) applicato sui livelli marini destagionalizzati	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,85122027 \times 10^3$
$B_1$	$-0,20246189 \times 10$
$B_2$	$-0,38024279 \times 10^{-1}$
$B_3$	$0,2613853 \times 10^{-2}$
$B_4$	$-0,60915161 \times 10^{-3}$
$B_5$	$0,17645065 \times 10^{-2}$
$B_6$	$-0,10757809 \times 10^{-2}$
$B_7$	$-0,12108430 \times 10^{-2}$
$B_8$	$-0,10980637 \times 10^{-2}$
$B_9$	$0,36823770 \times 10^{-2}$
$B_{10}$	$0,29295517 \times 10^{-2}$
$B_{11}$	$-0,29474515 \times 10^{-2}$
$C'$	$0,20659817 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \rho)$	$0,41319633 \times 10^{-1}$

tivo tuttavia è possibile che il loro peso negativo sul livello di marea, dovuto all'andamento in antifase delle reciproche stagionalità, sia effettivamente diminuito, come sarebbe stato possibile dimostrare qualora si fossero standardizzate le variabili.

Riguardo all'innalzamento medio mensile del livello marino esso è diminuito dai 2,43 ai 2,07 decimillimetri. Tale affermazione è lecita poichè si è ipotizzato una componente astronomica stagionale dei livelli marini stazionaria, indipendente quindi dalla componente trend. Pur essendo passati, attraverso successivi ridimensionamenti, dai 3,8 decimillimetri del modello MR-2 al valore ora osservato, ciò nondimeno tale dato rimane preoccupante per il futuro di Venezia essendo equivalente all'affermazione che, stante l'attuale andamento, Venezia sprofonda di 2 centimetri e mezzo circa ogni dieci anni.

La verifica di eventuali mutamenti nei fattori idrogeologici si è ottenuta estrapolando agli anni 1969, 1970, 1971 il modello MR-2, per  $\rho = 0,50$ , in base ai valori dei parametri indicati nella Tab. 13 e considerando la curva dei valori stagionali costruita in base alla formulazione (17) ed alle ampiezze e fasi riportate nella Tab. 9 per  $\rho = 0$ . I 35 valori teorici di marea così determinati sono stati confrontati con i valori effettivi ottenendo 35 differenze  $d_t$  ( $t = 266, 267, \dots, 300$ ). Nell'ipotesi di validità del modello MR-2 per gli anni successivi al 1968, le  $d_t$  diventano determinazioni indipendenti di una variabile casuale normale di media zero o di varianza  $\sigma^2$  pari alla varianza stimata per il periodo 1947-1967, che, essendo 14 i vincoli imposti al modello MR-2, risulterà:

$$(20) \quad \text{Var} \{ \eta_t \} = \frac{\sum_t^{252} \eta_t^2}{252 - 14} = 15,3076 .$$

Prima di effettuare i test sulla media e sulla varianza per verificare l'estensibilità del modello si è voluto far precedere la verifica dell'ipotesi di casualità della serie temporale delle differenze  $d_t$  usando i noti test sulle « iterazioni » e sui « punti di svolta » (si veda [13]).

Il primo test è risultato non significativo al livello del 5% essendosi contate 19 iterazioni, valore centrale rispetto ai valori

critici dell'intervallo (12; 25) entro cui il numero delle iterazioni doveva essere compreso per accettare l'ipotesi di casualità. Il numero delle iterazioni di segno, nell'ipotesi di andamento casuale, si distribuisce con una certa funzione di frequenza, la quale può essere approssimata da una distribuzione di tipo normale qualora si abbia un numero abbastanza elevato di segni positivi e negativi. In tal caso essendosi ottenuti 21 segni positivi e 14 segni negativi il numero di iterazioni dovrebbe essere teoricamente circa 18, molto vicino al numero di iterazioni effettivo.

In effetti ponendo:

$n_1$  = numero segni positivi,

$n_2$  = numero segni negativi,

$Y$  = numero iterazioni,

$n = n_1 + n_2$ ,

la quantità

$$\frac{\left| Y - \frac{2n_1n_2}{n} + 1 \right|}{\sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n)}{n^2(n-1)}}} = \frac{19 - 17,8}{7,80706} = 0,4295$$

risulta nettamente inferiore al valore critico anche al 10%; si accetta quindi l'ipotesi di casualità.

Il secondo test sui punti di svolta, afferma, vera l'ipotesi di casualità, che tali punti si distribuiscono in modo normale con

$$\text{Med} \{Y\} = \frac{2}{3}(n-2) = 22,6$$

e

$$\text{Var} \{Y\} = \frac{16n-29}{90} = 66,07$$

dove  $n$  rappresenta la successione di dati che dà origine agli  $n-1$  segni più e meno.

Essendo 22 gli effettivi punti di svolta, il test calcolato è risultato:

$$\frac{|Y - (n-2)|}{\sqrt{(16n-29)/90}} = \frac{|22 - 22,6|}{6,07} = 0,2435$$

notevolmente inferiore al valore critico anche al 10%, il che porta ancora una volta ad accettare l'ipotesi di casualità.

L'applicazione dei precedenti test indicano che nella struttura della variabilità dei residui  $d_t$  non è stata indotta nè una componente evolutiva dalla quale sarebbe derivato un numero di iterazioni o di punti di svolta molto basso, e neppure un significativo andamento oscillatorio di tipo deterministico che avrebbe comportato un numero di iterazioni o di punti di svolta molto elevato. La non completa destagionalizzazione dei livelli di marea sembra quindi non provocare delle distorsioni di rilievo nei residui presi in esame.

Qualora il modello MR-2 fosse valido per gli anni 1969-1970-1971, il rapporto tra la varianza corretta calcolata sulle differenze  $d_t$  e la varianza desunta dalla (20) sarebbe una determinazione di una  $F$  di Snedecor con  $g_1 = 34$  e  $g_2 = 238$  gradi di libertà. La quantità

$$(21) \quad \frac{\sum_{266}^{300} (d_t - \bar{d}_t)^2}{15,3076 \cdot 34} = \frac{30,92433}{15,30706} = 2,0201 \quad \text{con } \bar{d}_t = \text{Med } \{d_t\}$$

risulta superiore ai valori critici anche al livello dell'1% e ciò implica il rifiuto dell'ipotesi d'invariabilità del modello, cioè la variabilità dei livelli marini risulta strutturalmente modificata per gli anni 1969-71 rispetto agli anni precedenti. I tests di casualità precedentemente considerati indicano che tale cambiamento strutturale non dovrebbe essere indotto dalla presenza di una componente evolutiva non scomputata dal modello considerato. Un'ulteriore conferma di questo si ha considerando il test sulla media degli scarti  $d_t$ .

Nell'ipotesi di invariabilità del trend temporale la quantità

$$(22) \quad \frac{\sum_{266}^{300} d_t}{\sqrt{\bar{S}_{d_t}^2 \cdot 34}}$$

con  $\bar{S}_{d_t}^2$  che indica la varianza corretta delle differenze  $d_t$ , diventa una determinazione della variabile  $t$  di Student con 34 g.d.l.

Il valore di 0,6260 non supera il valore critico nemmeno al livello del 10 % e porta quindi ad accettare l'ipotesi formulata. Le determinazioni ottenute con la (21) e (22) potrebbero essere leggermente modificate accettando per la (21) i risultati ottenuti con i test di casualità che escludendo una variabilità indotta da una modificazione dell'andamento tendenziale. In questo caso possono essere calcolate la quantità:

$$\frac{\sum_{266}^{300} \bar{d}_i^2}{15,3076 \cdot 35} = \frac{30,377126}{15,3076} = 1,9844$$

che risulta ancora superiore ai valori critici della  $F'$  con 35 e 238 gradi di libertà, e la quantità:

$$\frac{\sum_{266}^{300} d_i}{\sqrt{S_{d_i}^2} \cdot 35} = \frac{20,29843795}{\sqrt{30,377126} \cdot 35} = 0,6225$$

valore pressochè analogo al precedente.

I risultati ottenuti nell'analisi fin qui condotta sono di notevole interesse; essi affermano che pur rimanendo inalterato l'andamento evolutivo del livello di marea, tuttavia la sua variabilità si è accentuata modificando strutturalmente il modello assunto valido per il periodo 1947-1967. Si può quindi affermare che i fattori di natura idrogeologica hanno subito, nell'area veneziana, dopo il 1968, una modificazione strutturale tale da riflettersi sul livello marino con l'aumento dei valori medi mensili caratterizzati da segno positivo, cioè alti rispetto alla loro media e deprimendo i valori medi mensili caratterizzati da segno negativo, cioè bassi. Non è possibile invece affermare la tipicità del fenomeno per Venezia, essendo possibile una modificazione strutturale dei fattori idrogeologici estesa a tutto il bacino adriatico o comunque ad una zona più ampia di quella lagunare. Sarà necessario passare all'analisi comparativa dei risultati ottenuti per Porto Corsini esposta nei successivi paragrafi.

### 8. Verifica della validità del modello MR-2 applicato ai livelli marini destagionalizzati di Porto Corsini per tutto il periodo 1947-1971.

Le precedenti verifiche di estensibilità del modello MR-2 a tutto il periodo 1947-71 hanno fatto nascere una certa insoddisfazione data la tendenza dei tests calcolati a spostarsi verso livelli di significatività più bassi per mantenere valida l'ipotesi formulata.

Effettuata la destagionalizzazione, l'applicazione del modello MR-2 ai due periodi (marzo 1947 - marzo 1959) e (marzo 1964 - marzo 1971) ha fornito due distinte curve di autocorrelazione i

TAB. 14. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - marzo 1958).

Stime dei parametri relativi al modello MR-2 ( $\rho = 0,53$ ) applicato sui livelli marini destagionalizzati	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,82005000 \times 10^3$
$B_1$	$-0,15338067 \times 10$
$B_2$	$-0,18359884$
$B_3$	$0,74423121 \times 10^{-2}$
$B_4$	$0,11800424 \times 10$
$B_5$	$0,76350140$
$B_6$	$0,38320437$
$B_7$	$-0,13486739$
$B_8$	$0,81777599$
$B_9$	$-0,11328252$
$B_{10}$	$-0,8794740$
$B_{11}$	$0,74591739$
$C'$	$0,51968038 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \rho)$	$0,79950827 \times 10^{-1}$

cui minimi in valore assoluto, rispettivamente 0,00067 e 0,00105, erano ottenuti per i valori di  $\varrho = 0,35$  e  $\varrho = 0,62$ ; mentre le stime approssimate di  $\varrho$  assumevano i valori  $r(0) = 0,2762$  e  $r(0) = 0,2944$  (si veda Fig. 3 e 5, curva C).

TAB. 15. - *Porto Corsini* (marzo 1964 - marzo 1971).

Stime dei parametri relativi al modello MR-2 ( $\varrho = 0,62$ ) applicato ai livelli marini destagionalizzati	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,30000215 \times 10^3$
$B_1$	$-0,93032030$
$B_2$	$-0,28549902$
$B_3$	$0,19659319 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,17768815 \times 10^{-1}$
$B_5$	$-0,70212699$
$B_6$	$-0,53729803$
$B_7$	$0,23959007 \times 10$
$B_8$	$0,21585480 \times 10^{-1}$
$B_9$	$-0,11578019 \times 10$
$B_{10}$	$0,12960859 \times 10$
$B_{11}$	$-0,24809418 \times 10^{-1}$
$C'$	$0,67648797 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \varrho)$	$0,17802315$

L'assunzione di un'unica curva di stagionalità in base alla media aritmetica delle ampiezze e delle fasi delle armoniche di periodo 6 mesi e 12 mesi ha dimostrato, pur conducendo ad una parziale destagionalizzazione dei livelli di marea, la sua validità se si considera che si è ridotto il divario tra i valori di  $\varrho$  dei due periodi anche rispetto alla destagionalizzazione operata sui soli residui dove risultano i valori  $\varrho = 0,25$  e  $\varrho = 0,54$ . La curva di

stagionalità calcolata come media aritmetica spiega anche il particolare comportamento delle curve di autocorrelazione. Nelle Fig. 3 e 5, fatti salvi i limiti di compatibilità dovuti all'assun-

Tab. 16. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - marzo 1959)  
(marzo 1964 - marzo 1971).

Stime dei parametri del modello non ristretto (15) in base ai residui $\varepsilon_t$ destagionalizzati ( $\varrho = 0,27$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,76111273 \times 10^3$
$B_1$	$-0,12913492 \times 10$
$B_2$	$-0,15796950$
$B_3$	$0,38247133 \times 10^{-1}$
$B_4$	$-0,11343932$
$B_5$	$0,29115720$
$B_6$	$-0,88612612$
$B_7$	$-0,39746362$
$B_8$	$-0,22403681 \times 10^{-1}$
$B_9$	$-0,35006456$
$B_{10}$	$-0,29379329$
$B_{11}$	$0,86583316$
$C'$	$0,92408522 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \varrho)$	$0,13015285$

zione di diversi periodi, si può osservare che, contrariamente alla Fig. 1 ottenuta per Venezia, la curva  $C$  non rimane costantemente al di sotto della curva  $A$ . Ciò è dovuto, appunto, all'assunzione di un'unica curva di stagionalità per i due periodi ed è dimostrato dal fatto che l'utilizzazione di due curve di stagionalità distinte, direttamente desunte dalla serie dei valori residui e relative a ciascun periodo avrebbero condotto ai valori  $r(0) =$

$= 0,2616$ , per il primo periodo, poco al di sopra del valore  $r(0) = 0,2601$  ottenuto per la curva  $A$  e ciò perchè la curva  $C$  considera un periodo più lungo di 3 mesi (\*); per il secondo periodo

TAB. 17. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - marzo 1959)  
(marzo 1964 - marzo 1971).

Stime dei parametri del modello ristretto (14) in base ai residui $\varepsilon_t$ destagionalizzati ( $\varrho = 0,29$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,77541613 \times 10^3$
$B_1$	$-0,12755786 \times 10$
$B_2$	$-0,15826986$
$B_3$	$0,36169272 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,44052660 \times 10^{-1}$
$B_5$	$0,39817773$
$B_6$	$-0,47375940$
$B_7$	$-0,45834007$
$B_8$	$0,15016236$
$B_9$	$-0,34276034$
$B_{10}$	$0,23707269$
$B_{11}$	$0,11429838 \times 10$
$C'_1$	$0,63353686 \times 10^{-1}$
$C'_2$	$0,92301962 \times 10^{-1}$
$C_1 = C'_1/(1 - \varrho)$	$0,86785871 \times 10^{-1}$
$C_2 = C'_2/(1 - \varrho)$	$0,12644104$

si sarebbe ottenuto  $r(0) = 0,2334$  nettamente inferiore al valore  $r(0) = 0,2858$  della curva  $A$ .

(\*) Cfr. nota pag. 38.

Le stime dei parametri del modello MR-2 per i due periodi sono riportati nella Tab. 14 e 15. La discordanza dei segni di alcuni parametri dei venti non è migliorata sensibilmente, si sono

TAB. 18. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - marzo 1959)  
(marzo 1964 - marzo 1971).

Stime dei parametri del modello ristretto (14) applicato ai livelli marini destagionalizzati ( $\varrho = 0,36$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,73986968 \times 10^3$
$B_1$	$-0,13995432 \times 10$
$B_2$	$-0,25871275$
$B_3$	$0,19159365 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,20864679$
$B_5$	$0,38680991$
$B_6$	$-0,32345931$
$B_7$	$0,15203342$
$B_8$	$0,13695132$
$B_9$	$-0,33928144$
$B_{10}$	$-0,30112797$
$B_{11}$	$0,21687252$
$C'$	$0,85536721 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \varrho)$	$0,13365113$

avute però alcune correzioni significative nel primo periodo del segno negativo  $B_6$  relativo al vento proveniente da S e nel secondo periodo di  $B_{11}$  relativo al vento proveniente da NO (cfr. Tab. 10 e 11). Il dato più interessante riguarda le grandezze assunte dai diversi parametri  $C'$ : nel primo periodo  $C'$  assume il valore di 0,52 mm, contro il precedente valore 0,57 e nel secondo periodo 0,67 mm, contro i precedenti 0,80 mm. Si rileva quindi un discreto

riavvicinamento tra i due valori similmente a quanto ottenuto per i coefficienti di regressione stimati in modo iterativo.

I valori della funzione parametrica  $1 - R(\varrho)$  sono rappresen-

TAB. 19. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - marzo 1959)  
(marzo 1964 - marzo 1971).

Stime dei parametri del modello non ristretto (15) applicato ai livelli marini destagionalizzati ( $\varrho = 0,34$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,75744077 \times 10^3$
$B_1$	$-0,13853019 \times 10$
$B_2$	$-0,26308759$
$B_3$	$0,16970130 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,35091228$
$B_5$	$0,47869975$
$B_6$	$0,53793942 \times 10^{-1}$
$B_7$	$0,11223696$
$B_8$	$0,28640380$
$B_9$	$-0,31759317$
$B_{10}$	$0,16311046$
$B_{11}$	$0,45579189$
$C'_1$	$0,58897724 \times 10^{-1}$
$C'_2$	$0,85278448 \times 10^{-1}$
$C_1 = C'_1/(1 - \varrho)$	$0,89238975 \times 10^{-1}$
$C_2 = C'_2/(1 - \varrho)$	$0,12920977$

tati graficamente nelle Figg. 4 e 6 (curva  $C$ ) ed indicano che il modello MR-2 è migliorato dal punto di vista interpolatorio rispetto ai livelli marini non destagionalizzati. I valori riferiti a  $\varrho = 0,35$  e  $\varrho = 0,62$  risultano uguali a  $1 - R(0,35) = 0,5274$  e  $1 - R(0,62) = 0,5408$ .

La verifica dell'uguaglianza della variabilità nei due periodi riferita ai valori di  $D_1(0,35) = 5960,5586$ ;  $D_2(0,62) = 6380,0175$ ;  $D_1(0,62) = 1963,6252$ ;  $D_2(0,35) = 1946,0372$  ha fornito, nell'appli-

TAB. 20. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - marzo 1968).

Stime dei parametri relativi al modello MR-2 applicato ai livelli marini destagionalizzati ( $\varrho = 0,37$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,79064511 \times 10^3$
$B_1$	$-0,15261385 \times 10$
$B_2$	$-0,30178214$
$B_3$	$0,20034052 \times 10^{-1}$
$B_4$	$0,45820539$
$B_5$	$0,15455212$
$B_6$	$0,63606081 \times 10^{-1}$
$B_7$	$-0,43031707$
$B_8$	$0,48899908$
$B_9$	$0,11904987$
$B_{10}$	$-0,10282090 \times 10$
$B_{11}$	$0,70161440 \times 10^{-1}$
$C'$	$0,72059154 \times 10^{-1}$
$C = C'/(1 - \varrho)$	$0,11437961$

cazione del test, la quantità 1,6600 per  $\varrho = 0,35$  e 1,7609 per  $\varrho = 0,62$  inferiori al valore critico della v.c.  $F'$  di Snedecor al livello 0,5 %.

La minore rigidità del modello dovuta allo scomputo della curva della marea stagionale dai livelli marini viene dunque confermata per valori approssimativamente uguali a quelli ottenuti scomputando le stagionalità dai residui  $\varepsilon_t$ . Accettando l'ipotesi di uguale variabilità si è proceduto alla verifica dell'estensibilità

del modello MR-2, applicata ai livelli marini destagionalizzati, per tutto il periodo 1947-1971.

Con il modello ristretto (14) e non ristretto (15) si sono ricavate due curve di autocorrelazione parametriche che raggiungevano il minimo per  $\rho = 0,36$  e  $\rho = 0,34$  (si veda Fig. 15). In corrispondenza a questi valori sono state determinate le stime dei parametri dei due modelli riportati nelle Tab. 18 e 19. Il test indicato in (16) conduce ad accettare l'ipotesi di estensibilità del

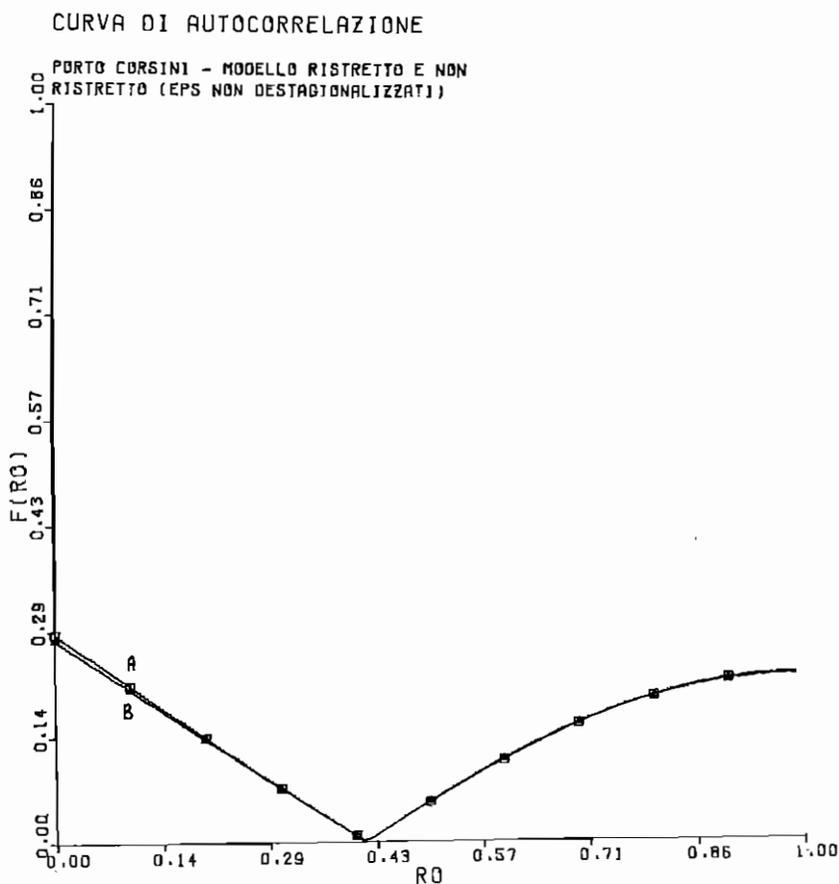


Fig. 13

modello al livello critico del 1% pur essendo calcolato nella situazione più sfavorevole, vale a dire per  $\rho = 0,34$ . Al valore così ottenuto per il test, cioè 5,1339, si contrappone la quantità 4,9092 relativa a  $\rho = 0,36$  favorevole all'ipotesi di estensibilità anche al livello critico del 2,5%.

L'accettazione dell'ipotesi di estensibilità ha suggerito alcune anticipate risposte sul fenomeno della accentuata variabilità dei livelli medi mensili marini a Venezia dopo il 1968, dando forza

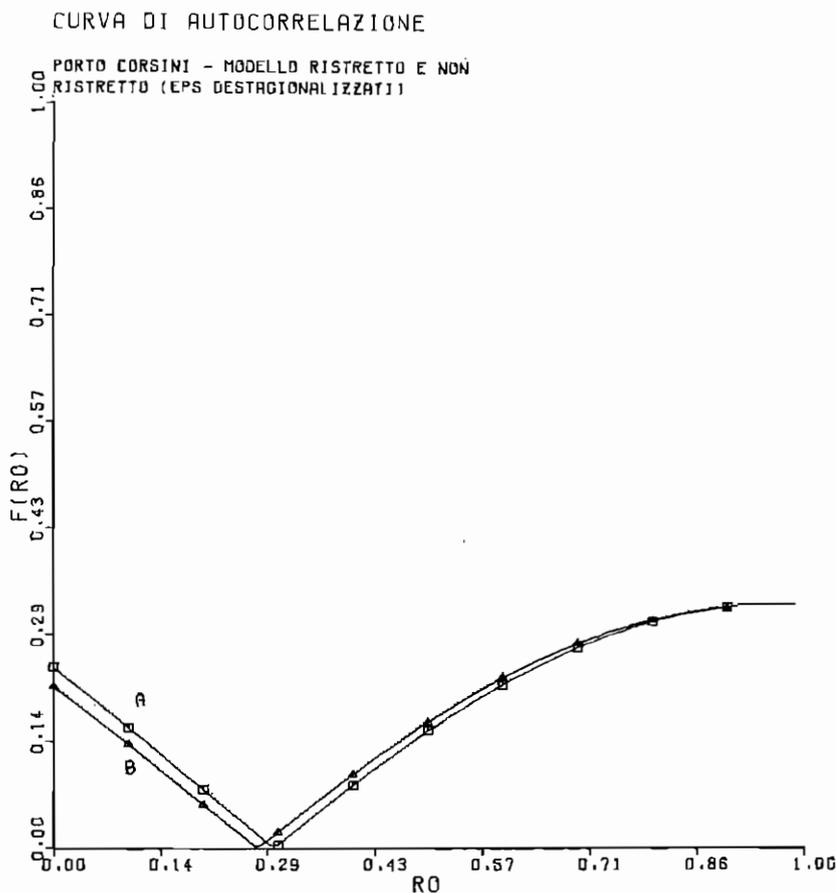


Fig. 14

alla tesi della tipicità delle mutate condizioni idrogeologiche nell'area veneziana.

La validità del modello MR-2 fino al 1971 ha reso possibile, però, un confronto diretto tra la variabilità dei livelli di marea di Venezia e quelli di Porto Corsini, verificando la possibilità di costruire un nuovo modello in cui la prima variabilità fosse funzione della seconda. Infatti la costruzione di questo nuovo modello, relativamente al periodo 1947-1967, avrebbe permesso, tra-

### CURVA DI AUTOCORRELAZIONE

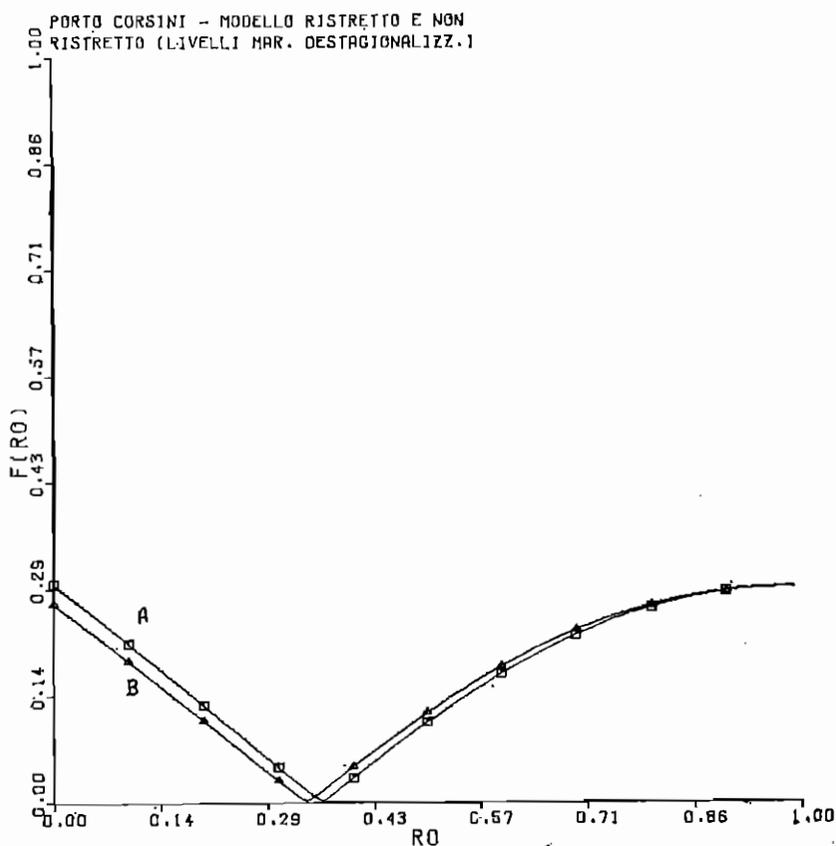


Fig. 15

mite la sua estensione al periodo 1969-1971, di ottenere dei valori teorici di marea per Venezia da contrapporre ai valori effettivi per analizzare gli scostamenti.

A questa ulteriore indagine si è comunque anteposto il confronto tra i risultati dell'applicazione del modello MR-2 ai livelli marini di Porto Corsini, per il periodo (marzo 1947 - marzo 1968), e quelli ottenuti in modo analogo per Venezia.

Dalle elaborazioni è risultata una curva di autocorrelazione parametrica in  $\rho$  (si veda Fig. 19, lettera B) che raggiunge il suo minimo in valore assoluto per  $\rho = 0,37$ , mentre la sua stima

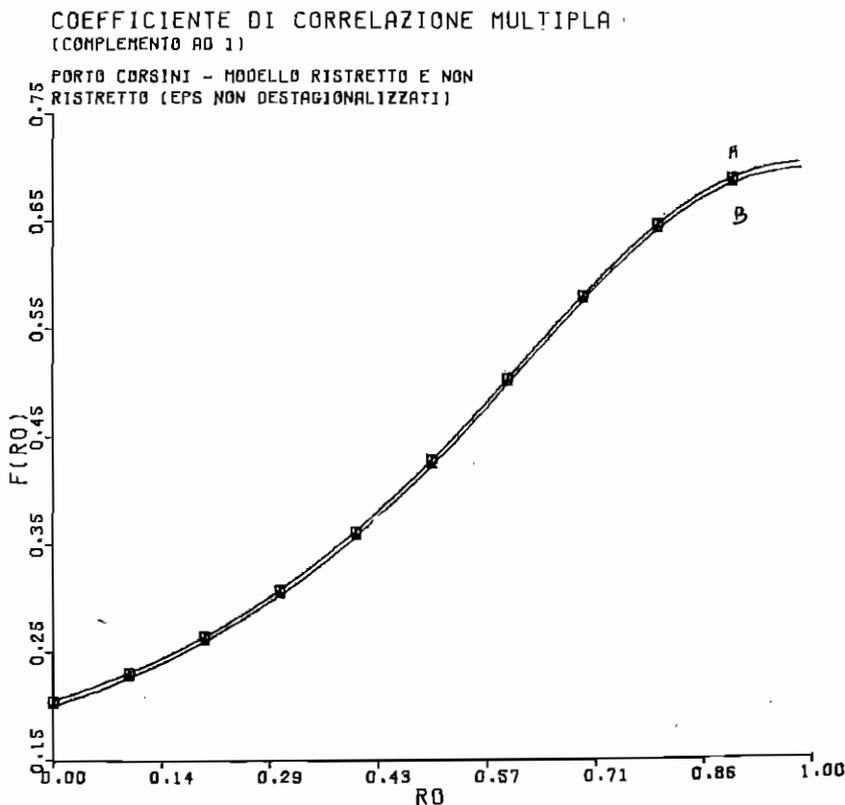


Fig. 16

approssimata risulta  $r(0) = 0,3140$ , e si mantiene leggermente al di sopra della curva di autocorrelazione riferita alla destagionalizzazione dei residui  $\varepsilon_i$ , indicata nella medesima figura dalla lettera A.

Nella Fig. 20 si può osservare la curva relativa all'indice di miglioramento  $1 - R^2(\rho)$  (indicata con B) che dimostra, come ci si attendeva, un lieve peggioramento dell'adattabilità del modello dovuta alla parziale destagionalizzazione dei livelli marini mensili per  $\rho = 0,37$  è risultato  $1 - R^2 = 0,3784$ .

Alcune osservazioni interessanti possono essere fatte con ri-

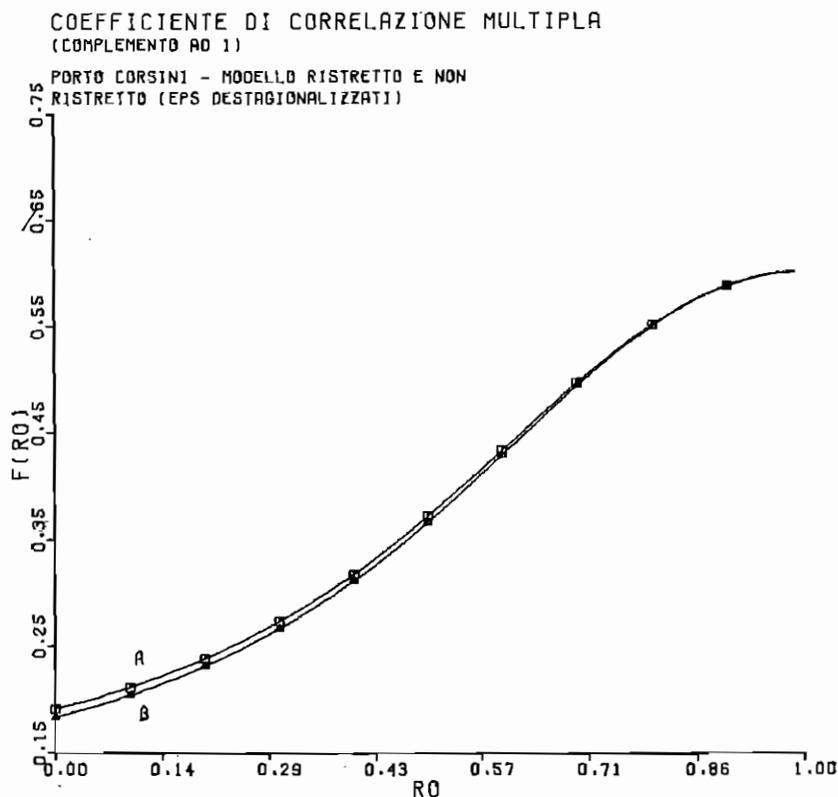


Fig. 17

guardo alla stima dei parametri del modello MR-2. Confrontando la Tab. 20 con la Tab. 12 si rileva il cambiamento di segno del parametro  $B_0$  relativo al vento spirante da Est prima negativo ed ora positivo e del parametro  $B_{10}$  relativo al vento spirante da Ovest prima positivo ed ora negativo. La posizione geografica di Porto Corsini, sito sulla costa Ovest parallelamente all'asse che taglia longitudinalmente il mar Adriatico, conferma pienamente questo risultato difficilmente ottenibile operando sui livelli marini non destagionalizzati. Infine, si osservi la correzione del coefficiente angolare del trend temporale dai 7,9 decimillimetri

COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE MULTIPLA  
(COMPLEMENTO AD 1)

PORTO CORSINI - MODELLO RISTRETTO E NON  
RISTRETTO (LIVELLI MAR. DESTAGIONALIZZ.)

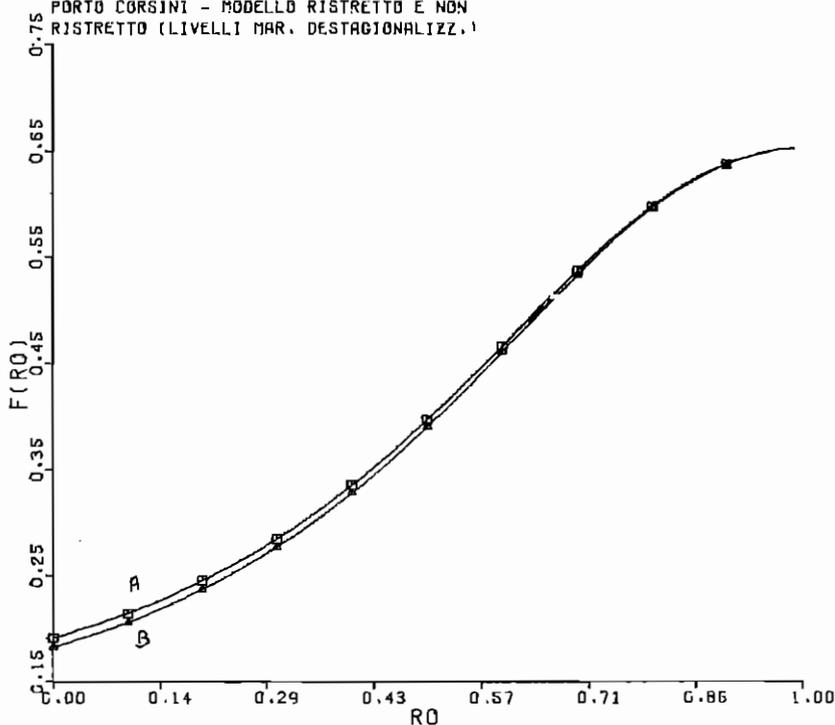


Fig. 18

mensili ai 7,2, dato anch'esso preoccupante per la zona ravennate adiacente al mare e certamente più macroscopico dell'analogo fenomeno analizzato per i livelli marini di Venezia.

Si è voluto anche dare un riepilogo grafico del comportamento dei modelli « ristretto » e « non ristretto » rispetto ai valori parametrici assunti da  $\rho$ . Nelle Figg. 13, 14 e 15 sono state riportate le curve di autocorrelazione e nelle Figg. 16, 17, e 18 le curve relative all'indice di miglioramento  $1 - R^2(\rho)$ . La lettera *A* indica le curve del modello « ristretto » e la lettera *B* le curve desunte dal modello « non ristretto ».

## 9. Alcune considerazioni sul metodo di stima iterativo di $\rho$ .

Si sono esposte al § 3 alcune osservazioni sulla stima non corretta  $r(0)$  affermando che, non essendo discusse le proprietà statistiche delle stime ottenute con il metodo iterativo proposto, non era nemmeno possibile misurare la distorsione di  $r(0)$ . Si vorrebbe, ora, proporre il semplice confronto empirico tra le stime osservate.

Un risultato degno di attenzione è dato dal comportamento della stima  $r(0)$  e dalla stima determinata con il metodo iterativo. Ogniquale volta il processo markoffiano di primo ordine  $\{u_t\}$  viene assunto impropriamente, la stima desunta dal metodo iterativo ha dimostrato una maggiore sensibilità alla presenza di una componente deterministica nei termini  $u_t$ : Questo fatto può essere verificato graficamente, là ove il confronto è possibile perchè non è mutato il periodo di osservazione (Figg. 1, 19 e parzialmente anche le Figg. 3 e 5), notando come le curve di autocorrelazione si aprano a ventaglio sull'asse delle ascisse che riporta i valori parametrici di  $\rho$ .

Autori quali Hildreth e Lu hanno suggerito (si veda [7], pag. 145) l'applicazione del metodo iterativo qui utilizzato vincolando la scelta di  $\rho$  alla minimizzazione della somma dei quadrati degli errori  $\varepsilon_t$ . Essi hanno dimostrato che qualora gli  $\varepsilon_t$  siano determinazioni di una v.c. normale la stima di  $\rho$  e dei para-

metri del modello regressivo risultano consistenti. Anche per questa stima è interessante fare un confronto empirico in base ai risultati ottenuti. Nella Tabella qui sotto riportata vengono accostate le stime di  $\rho$  calcolate in base ai tre diversi procedimenti:

Serie storiche	Criteri di stima		
	$r(0)$	$\sum_t \varepsilon_t^2 = \min$	$\sum \varepsilon_t \varepsilon_{t-1} = 0$
A) Livelli marini non destagionalizzati			
1) Venezia (marzo 1947 - marzo 1968)	0,43	0,58	0,85
2) Porto Corsini (marzo 1947 - dicembre 1958)	0,26	0,40	0,40
B) Residui $\varepsilon_t$ destagionalizzati			
1) Venezia (marzo 1947 - marzo 1968)	0,33	0,61	0,37
2) Porto Corsini (marzo 1947 - marzo 1959)	0,20	0,42	0,25
3) Porto Corsini (marzo 1947 - marzo 1968)	0,23	0,46	0,29
C) Livelli marini destagionalizzati			
1) Venezia (marzo 1947 - marzo 1968)	0,42	0,52	0,50
2) Porto Corsini (marzo 1947 - marzo 1959)	0,28	0,35	0,35
3) Porto Corsini (marzo 1947 - marzo 1968)	0,31	0,38	0,37

Da questa Tabella si può rilevare, anzitutto, che la stima proposta da Hildreth e Lu è anch'essa, almeno in questo caso particolare, meno sensibile alla presenza di componenti determi-

stiche nel processo e perde completamente di significato qualora lo scomputo di tali componenti avvenga solo sui valori residui  $\hat{u}_i$ : Inoltre, rimane empiricamente confermata la tendenza di  $r(0)$  a sottostimare il parametro  $\rho$  rispetto alle altre stime derivate con il metodo iterativo; queste ultime arrivano a coincidere tra loro, in modo approssimato, quando le elaborazioni vengano eseguite sui livelli marini destagionalizzati.

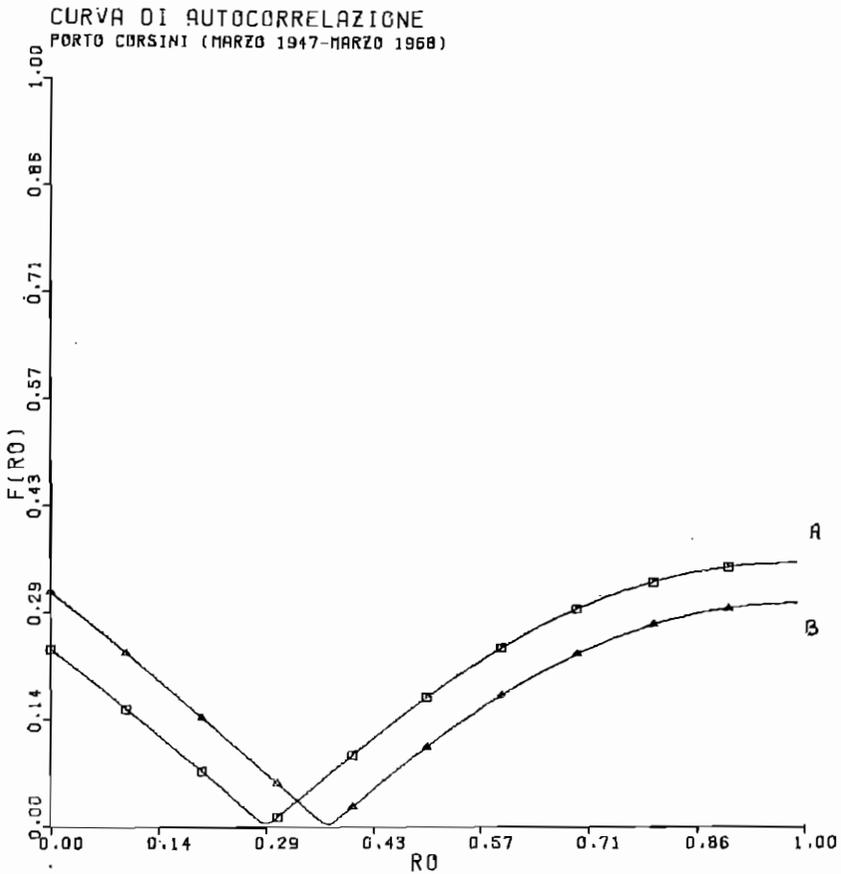


Fig. 19

COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE MÚLTIPLA  
(COMPLEMENTO AD 1)

PORTO CORSINI (MARZO 1947-MARZO 1968)

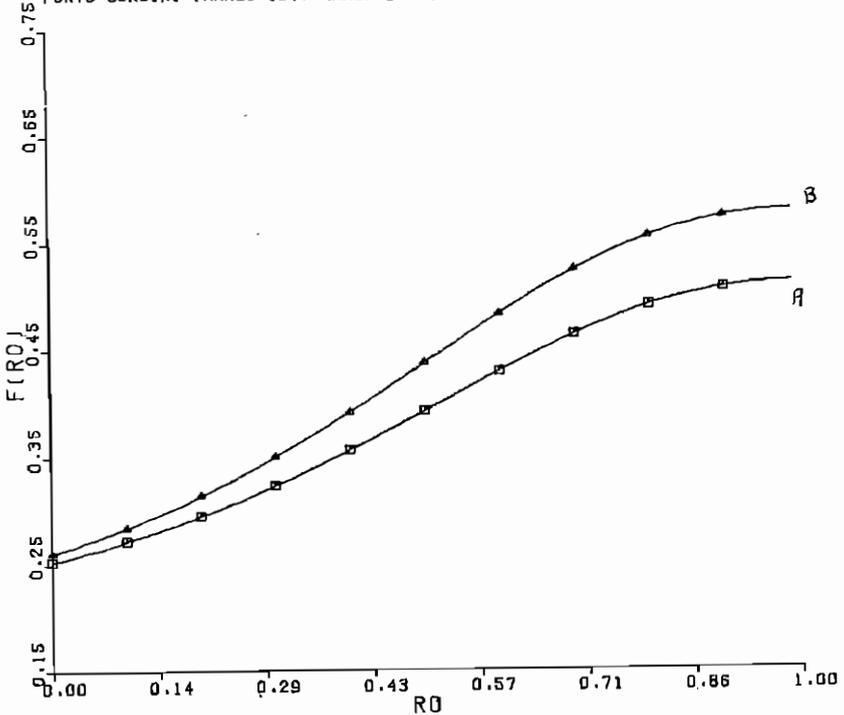


Fig. 20

**10. Costruzione del modello MR-3 tra i livelli marini medi mensili di Venezia e Porto Corsini.**

Supposte stazionarie nel tempo le serie storiche riferite alle variabili atmosferiche, si può procedere alla depurazione dei livelli marini dall'influenza dei fattori astronomici e atmosferici ottenendo due serie storiche la cui tendenza evolutiva interpreta solamente la componente idrogeologica. Un nuovo modello interpretativo può ipotizzare tra queste tendenze una relazione funzionale

di tipo lineare, cioè:

$$(23) \quad V(t) = K + mP(t)$$

dove  $V(t)$  sono i livelli marini imputabili ai fattori idrogeologici per Venezia e  $P(t)$  i corrispondenti livelli marini di Porto Corsini.

Se le funzioni  $V(t)$  e  $P(t)$  interpretano esse stesse una funzione lineare del tempo, cioè:

$$(24) \quad V(t) = a + bt, \quad P(t) = \alpha + \beta t,$$

è facile dimostrare che il parametro  $m$  è esprimibile attraverso i coefficienti angolari dei singoli trends e risulta  $m = b/\beta$ . La assenza della componente accidentale, come si nota, semplificherebbe la costruzione di questo nuovo modello fino al punto da renderlo perfettamente equivalente, in termini previsivi, all'estrapolazione della sola funzione  $V(t)$  in base ai parametri già noti nel precedente modello MR-2. In realtà l'effetto del fattore idrogeologico viene isolato, in questo nuovo modello, senza poterlo separare dalla componente accidentale, interpolando i livelli di marea, depurati dalla componente astronomica anche stagionale, con un iperpiano di regressione che riassume le 11 variabili atmosferiche già illustrate ed i cui parametri vengono stimati con il metodo dei minimi quadrati. Un'ulteriore complicazione è rappresentata dalla nota presenza dell'autocorrelazione nei residui, che influisce inevitabilmente sulla stima dei parametri dell'iperpiano di regressione.

Utilizzando le seguenti notazioni simboliche:

—  ${}_D\bar{X}_t$  e  ${}_D\bar{Y}_t$  per i livelli marini medi mensili depurati dalle componenti astronomiche giornaliere e stagionali relativi a Venezia e Porto Corsini,

e

—  $Z_{i,t}$  ( $i = 1, \dots, 11$ ),

—  $W_{i,t}$  ( $i = 1, \dots, 11$ ) per le variabili atmosferiche relative a Venezia e Porto Corsini,

si potrà, dunque, scrivere:

$$(25) \quad \begin{cases} {}_D\bar{X}_t^*(r) = {}_D\bar{X}_t - r {}_D\bar{X}_{t-1}, & Z_{i,t}^* = Z_{i,t} - r Z_{i,t-1}, \\ {}_D\bar{Y}_t^*(\varrho) = {}_D\bar{Y}_t - \varrho {}_D\bar{Y}_{t-1}, & W_{i,t}^* = W_{i,t} - \varrho W_{i,t-1}, \end{cases}$$

e quindi:

$$(26) \quad \begin{cases} \tilde{X}_t(t, r) = {}_D\bar{X}_t^*(r) - \left( A' + \sum_1^{11} B_i Z_{i,t}^* \right), \\ \tilde{Y}_t(t, \varrho) = {}_D\bar{Y}_t^*(\varrho) - \left( C' + \sum_1^{11} D_i W_{i,t}^* \right), \end{cases}$$

dove i parametri  $A'$ ,  $B_i$ ,  $C'$ ,  $D_i$  sono stimati con il metodo dei minimi quadrati.

L'espressione (23), espressa sui dati campionari, diverrà:

$$(27) \quad \tilde{X}_t(t, r) = m \tilde{Y}_t(t, \varrho) + \delta_t$$

con  $K = 0$  essendo  $\text{Med}\{\tilde{X}_t(t, r)\} = 0$  e  $\text{Med}\{\tilde{Y}_t(t, \varrho)\} = 0$ ; il modello espresso dalla (26) e (27) verrà nel seguito indicato con la sigla MR-3.

La stima del parametro  $m$  è facilmente desumibile dalla (27) e dipenderà anch'essa dai valori parametrici di  $r$  e  $\varrho$ .

Il criterio scelto per la determinazione della stima di  $m$  si fonda sulla massimizzazione del coefficiente di correlazione al quadrato:

$$(28) \quad R^2(\bar{r}, \bar{\varrho}) = \max_{r, \varrho} \{R^2(r, \varrho)\}.$$

In tal modo si ottiene il più stretto legame lineare tra la variabilità dei livelli marini di Venezia e quelli di Porto Corsini.

Si noti che esplicitando nella relazione (27) la struttura di dipendenza delle serie  $\tilde{X}_t(t, r)$  e  $\tilde{Y}_t(t, \varrho)$  dai parametri  $r$  e  $\varrho$ , risulta in base alle relazioni (25) e (26) e ricordando che  $A' = (1 - r)$  e  $C' = C(1 - \varrho)$ :

$$(29) \quad \tilde{X}_t(t) - r \tilde{X}_{t-1}(t) = m \tilde{Y}_t(t) - m \varrho \tilde{Y}_{t-1}(t) + \delta_t$$

dalla quale si può osservare, a meno degli errori  $\delta_i$ , l'esistenza di un rapporto di proporzionalità tra le componenti tendenziali che viene mantenuto qualora si ponga  $r = \rho$ ; la determinazione del coefficiente  $m$  dovrebbe, dunque, essere fatta in corrispondenza di un particolare valore  $\bar{r} = \bar{\rho}$ . Il criterio indicato in (28) può non fornire un valore  $\bar{r} = \bar{\rho}$ , tuttavia si può dimostrare che, sotto particolari condizioni, l'uguaglianza dei parametri per qualsiasi loro valore conduce al valore massimo di  $R^2$ .

Infatti se la componente idrogeologica ha un andamento lineare nel tempo, allora è possibile scrivere le relazioni:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i(t) &= bt + u_i, & u_i &= ru_{i-1} + \varepsilon_i, \\ \tilde{Y}_i(t) &= \beta t + e_i, & e_i &= \rho e_{i-1} + \eta_i, \end{aligned}$$

con  $u_i$  ed  $e_i$  processi markoffiani normali di primo ordine, e le relazioni (26) potranno essere esplicitate come segue:

$$(30) \quad \begin{cases} \tilde{X}_i(t, r) = \tilde{X}_i(t) - r\tilde{X}_{i-1}(t) = b(1-r)t - rb + \varepsilon_i, \\ \tilde{Y}_i(t, \rho) = \tilde{Y}_i(t) - \rho\tilde{Y}_{i-1}(t) = \beta(1-\rho)t - \rho\beta + \eta_i. \end{cases}$$

Risolvendo la condizione di massimo (28) in base a queste ultime relazioni si ottiene:

$$(31) \quad R^2(r, \rho) = \frac{[\text{Cov} \{ \tilde{X}_i(t, r); \tilde{Y}_i(t, \rho) \}]^2}{\text{Var} \{ \tilde{X}_i(t, r) \} \text{Var} \{ \tilde{Y}_i(t, \rho) \}} =$$

$$= \frac{[\text{Med} \{ [b(1-r)t + rb + \varepsilon_i] [\beta(1-\rho)t + \rho\beta + \eta_i] \}]^2}{[\text{Med} \{ b(1-r)t + rb + \varepsilon_i \}^2] [\text{Med} \{ \beta(1-\rho)t + \rho\beta + \eta_i \}^2]}$$

poichè per ipotesi vale:

$$\text{Med} \{ \varepsilon_i \} = 0; \quad \text{Med} \{ \eta_i \} = 0; \quad \text{Med} \{ t \} = 0; \quad \text{Med} \{ \eta_i \varepsilon_i \} = 0,$$

sarà:

$$R^2(r, \rho) =$$

$$= \frac{[b\beta(1-r)(1-\rho) \text{Med} \{ t^2 \} + r\rho b\beta]^2}{[b^2(1-r)^2 \text{Med} \{ \varepsilon_i^2 \} + r^2 b^2 + \text{Med} \{ \varepsilon_i^2 \}] \cdot [\beta^2(1-\rho)^2 \text{Med} \{ t^2 \} + \rho^2 \beta^2 + \text{Med} \{ \eta_i^2 \}]}$$

si osservi come al numeratore non siano presenti i termini erratici  $\varepsilon_t$  e  $\eta_t$  per cui  $R^2(r, \varrho)$  risulterà massimo, a parità di altre condizioni, qualora  $\text{Med}\{\varepsilon_t^2\} = 0$  e  $\text{Med}\{\eta_t^2\} = 0$ , cioè in assenza di errori accidentali. In questo particolare caso si verifica facilmente che  $R^2(r, \varrho)$  raggiunge il suo estremo superiore, cioè la unità, per  $r = \varrho$ .

La determinazione dei valori  $\bar{r}$  e  $\bar{\varrho}$  che soddisfino la condizione (28) si è operata sui livelli di marea destagionalizzati (\*) di Venezia e Porto Corsini relativamente al periodo marzo 1947-marzo 1968 costruendo la matrice quadrata di ordine 100 dei valori di correlazione al quadrato  $R^2(r, \varrho)$ , calcolati in base alla espressione (31). Nella Fig. 21 sono state riportate le curve isoipse per i sei livelli 0,5; 0,10; 0,15; 0,20; 0,25; 0,30 dalle quali si conclude che i valori massimi di  $R^2$  giacciono in prossimità della bisettrice fatto salvo un leggero scostamento del vertice superiormente ad essa ed una altrettanto leggera asimmetria rispetto all'asse che, parallelamente alla bisettrice, passa per il vertice.

Il massimo valore di  $R^2$  viene raggiunto per  $r = 0,51$  e  $\varrho = 0,54$  ed assume il valore  $R^2(0,51; 0,54) = 0,3097772$ ; mentre il valore minimo è raggiunto per  $r = 0$  e  $\varrho = 0,99$  ed assume il valore  $R^2(0; 0,99) = 0,0397506$ .

La necessità di soddisfare alla condizione  $r = \varrho$  imposta dalla relazione (29) ha suggerito la scelta di  $r = \varrho = 0,51$  essendo il punto di massima correlazione, come si può osservare dalla Fig. 22 che disegna il profilo della funzione  $R^2(r, \varrho)$  relativa ai punti del dominio appartenenti alla bisettrice. Il valore massimo raggiunto in questo caso assume il valore  $R^2(0,51; 0,51) = 0,309295$  molto vicino al valore del vertice della funzione. Per  $\varrho = 0,51$  si sono successivamente calcolati i valori:

$$\begin{aligned} \text{Codev}\{\tilde{X}_t(t), \tilde{Y}_t(t)\} &= 4067, 6016, \\ \text{Dev}\{\tilde{Y}_t(t)\} &= 12857, 655, \\ \text{Dev}\{\tilde{X}_t(t)\} &= 4160, 4674, \end{aligned}$$

(\*) Per Porto Corsini si è utilizzata la curva di marea stagionale rappresentata nella fig. 9, lettera B i cui parametri sono riportati nella tab. 9, sezione E (cfr. § 5).

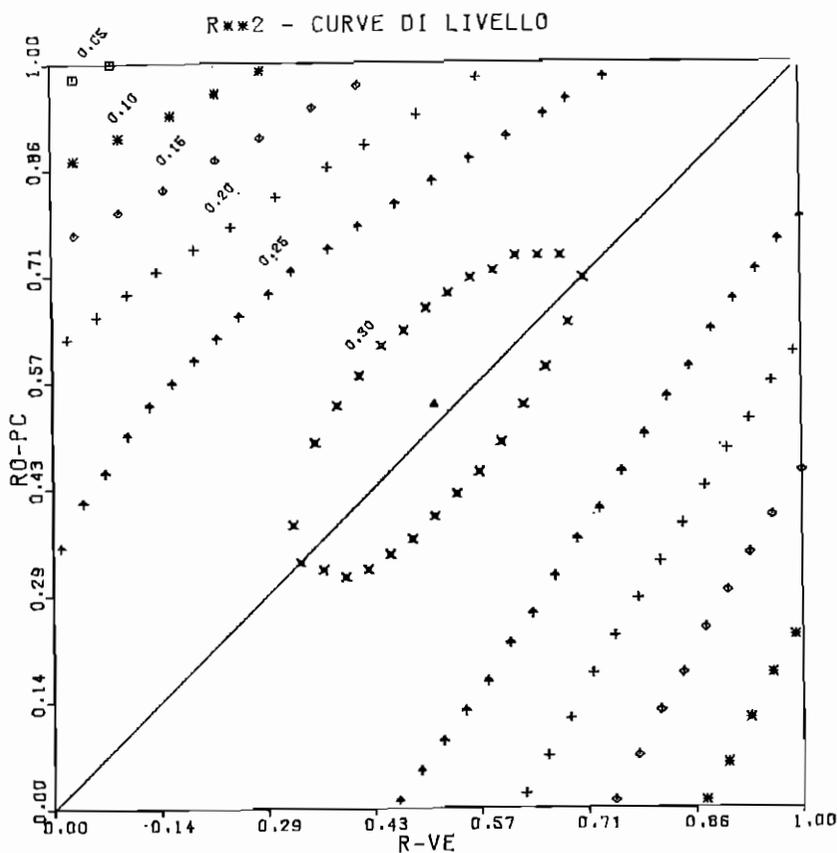


Fig. 21

dai quali risulta:

$$(33) \quad \hat{m} = \frac{\text{Codev} \{ \tilde{X}_i(t), \tilde{Y}_i(t) \}}{\text{Dev} \{ \tilde{Y}_i(t) \}} = 0,3163564 .$$

Tale risultato avrebbe dovuto coincidere, nel caso di completa assenza di errori accidentali con il rapporto dei coefficienti  $b$  e  $\beta$  espressi dalla (24). In realtà il valore di  $R^2(0,51; 0,51)$  relativamente basso indica una forte dispersione attorno ai trend temporali dei livelli marini di Venezia e Porto Corsini, cosicchè non

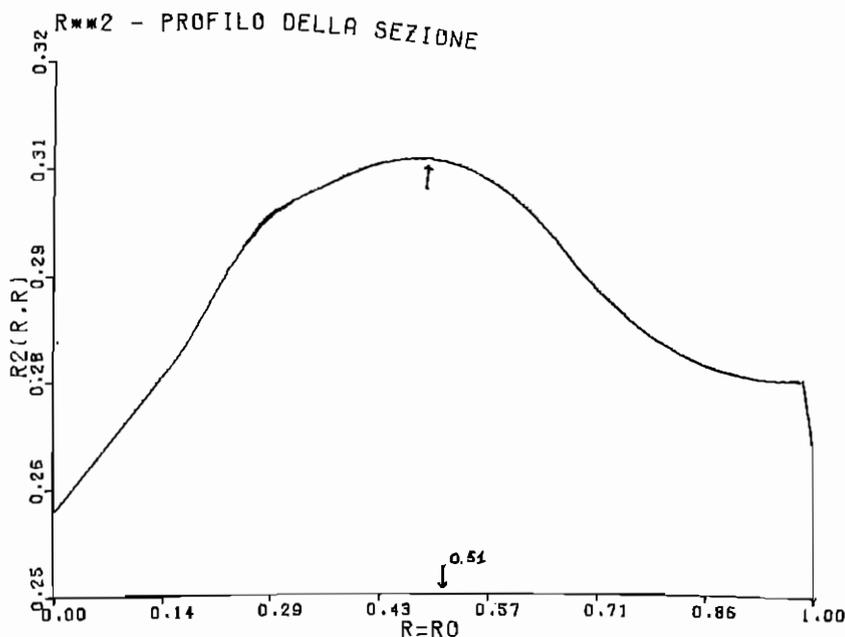


Fig. 22

può esprimersi la relazione:

$$\hat{m} = \frac{\text{Cov}\{\hat{X}_i(t), \hat{Y}_i(t)\}}{\text{Var}\{\hat{Y}_i(t)\}} \sim \frac{\text{Cov}\{\hat{X}_i(t), t\}}{\text{Cov}\{\hat{Y}_i(t), t\}} = \frac{\hat{b}}{\hat{\beta}}$$

Infatti, ricordando che  $\hat{b}(\bar{r} = 0,50) = 0,020659817$  (Tab. 13) e  $\hat{\beta}(\bar{q} = 0,37) = 0,072059154$  (Tab. 20), se da una parte il rapporto:

$$\frac{\hat{b}(1 - \bar{q})}{\hat{\beta}(1 - \bar{r})} = 0,36125$$

è abbastanza vicino al valore ottenuto per  $\hat{m}$ , il coefficiente di regressione  $\hat{k}$  ottenuto regredendo la serie  $\hat{Y}_i(t)$  su  $\hat{X}_i(t)$ , cioè:

$$\hat{k} = \frac{\text{Codev}\{\hat{X}_i(t), \hat{Y}_i(t)\}}{\text{Dev}\{\hat{X}_i(t)\}} = 0,9776790$$

è molto lontano dal valore:

$$\frac{\hat{\beta} (1 - \bar{r})}{\hat{b} (1 - \bar{\rho})} = 2,7681661 .$$

Questi risultati suggeriscono la possibilità di utilizzare una diversa metodologia dove la variabile  $\hat{Y}_t(t)$  sia considerata anch'essa affetta da errore e venga quindi ricercata la relazione tra i valori esatti delle due variabili. Un metodo scientificamente valido è il metodo della regressione ponderata, il quale fornisce un'unica retta di regressione compresa tra quelle di regressione ordinaria.

In questa sede non si è applicata tale metodologia poiché avrebbe reso più complicato il problema dell'estrapolazione e dell'applicazione dei tests statistici.

## II. Estensione del modello MR-3 al periodo 1969-1971 e confronto con le serie dei livelli marini effettivi di Venezia.

Sulla base dei risultati ottenuti ed illustrati nel precedente paragrafo, per procedere al confronto fra valori teorici dei livelli marini di Venezia ottenuti dalla stima della retta di regressione e valori effettivi, si sono ricalcolate le serie espresse dalla (26) per tutto il periodo 1947-1971 in base al coefficiente di regressione  $r = \rho = 0,51$  ed ai parametri già stimati  $A', B_i, C', D_i$  per il periodo (marzo 1947 - marzo 1968) qui riportati nella Tab. 21 e 22. In seguito sono stati calcolati 35 valori teorici dei livelli marini di Venezia dal febbraio 1969 al dicembre 1971 rendendo possibile la stima della varianza degli scarti con i valori effettivi. La stima della varianza si è ottenuta, come al § 7, con due diversi procedimenti: ipotizzando nulla la media aritmetica ed evitando così la perdita di un grado di libertà nella stima, e nell'ipotesi opposta stimando la media aritmetica.

Nel primo caso si è ottenuto:

$$\frac{\sum_t^{300} \delta_t^2}{35} = 39,34038$$

TAB. 21. - *Venezia* (marzo 1947 - marzo 1968).

Stime dei parametri del modello MR-3 applicato ai livelli marini destagionalizzati ( $\rho = 0,51$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$A'$	$0,77522842 \times 10^2$
$B_1$	$0,10718204 \times 10^{-1}$
$B_2$	$-0,46499758 \times 10^{-2}$
$B_3$	$-0,20405881 \times 10^{-1}$
$B_4$	$-0,18852120 \times 10^{-3}$
$B_5$	$0,29329947 \times 10^{-2}$
$B_6$	$0,66855382 \times 10^{-3}$
$B_7$	$0,35614420 \times 10^{-3}$
$B_8$	$-0,15136214 \times 10^{-3}$
$B_9$	$-0,27671498 \times 10^{-3}$
$B_{10}$	$-0,10394801 \times 10^{-2}$
$B_{11}$	$-0,74996170 \times 10^{-4}$

TAB. 22. - *Porto Corsini* (marzo 1947 - marzo 1968).

Stime dei parametri del modello MR-3 applicato ai livelli marini destagionalizzati ( $\rho = 0,51$ )	
Parametri	Valori dei parametri
$C'$	$0,51554310 \times 10^2$
$D_1$	$0,86532062 \times 10^{-2}$
$D_2$	$-0,18419098 \times 10^{-1}$
$D_3$	$0,16548784 \times 10^{-1}$
$D_4$	$-0,32863811 \times 10^{-1}$
$D_5$	$0,11355539 \times 10$
$D_6$	$0,87912025$
$D_7$	$0,18953394$
$D_8$	$0,32743545$
$D_9$	$-0,26601402$
$D_{10}$	$0,14121513 \times 10$
$D_{11}$	$0,21201256$

nel secondo:

$$\frac{\sum_{t=260}^{300} (\delta_t - \text{Med} \{\delta_t\})^2}{34} = 37,65334 .$$

Prima di eseguire il confronto tra la variabilità dei residui anteriormente al 1968 con il periodo successivo, si è preferito verificare su di essi, anche in questo caso, l'ipotesi di casualità temporale. Si è applicato anzitutto il test sulle iterazioni dei segni numerando 21 iterazioni all'interno di una successione di 15 segni + e 20 segni -. Il numero delle iterazioni rilevato, al livello del 5%, è contenuto nell'intervallo (12; 25) di non significatività del test, il che porta a concludere in favore dell'ipotesi di casualità. Anche con l'approssimazione di questo test, attraverso la v.c. normale, il risultato non muta essendosi calcolata la quantità:

$$\frac{21 - 18,1}{\sqrt{8,1393}} = 1,0014$$

inferiore al livello critico al 5%. Il successivo test sui punti di svolta, contati nel numero di 24, ha confermato ulteriormente l'ipotesi di casualità essendo risultato:

$$\frac{24 - 22,6}{\sqrt{6,07}} = 0,5408$$

quantità inferiore al livello critico del 5%.

Per la verifica sulla variabilità degli scarti si sono calcolati i rapporti:

$$\frac{\sum_{t=260}^{300} \delta_t^2}{35 \cdot \text{Var} \{ \bar{X}_t(t) \} [1 - R^2(0,51; 0,51)]}$$

e

$$\frac{\sum_{t=260}^{300} (\delta_t - \text{Med} \{\delta_t\})^2}{34 \cdot \text{Var} \{ \bar{X}_t(t) \} [1 - R^2(0,51; 0,51)]}$$

che, nell'ipotesi di estensibilità del modello MR-3 al periodo 1969-1971, si distribuiscono come una v.c.  $F$  di Snedecor con  $g_1 = 35$  e  $g_2 = 238$  g.d.l. nel primo caso, e  $g_1 = 34$ ,  $g_2 = 238$  g.d.l. nel secondo. Infatti la quantità  $\text{Var}\{x_t(t)\}[1 - R^2(0,51; 0,51)]$  riportata a denominatore dei suddetti rapporti indica la varianza degli scarti dalla retta interpolatrice per il periodo (marzo 1947 - marzo 1968). Essendo:

$$\text{Var}\{\tilde{X}_t(t)\} = \frac{4160,4674}{239} = 17,4078$$

risulterà:

$$\text{Var}\{\tilde{X}_t(t)\}[1 - R^2(0,51; 0,51)] = 11,9007 .$$

Calcolati i rapporti, si sono ottenute le quantità 3,3057 per il primo e 3,1639 per il secondo, tutte e due ampiamente al di sopra del livello critico della v.c.  $F$  di Snedecor anche all'1‰.

Infine si è verificata l'ipotesi di media nulla degli scarti. I rapporti

$$\frac{\sum_{t=266}^{300} \delta_t}{\sqrt{39,34038} \cdot \sqrt{35}}$$

e

$$\frac{\sum_{t=266}^{300} \delta_t}{\sqrt{37,65334} \cdot \sqrt{34}}$$

si distribuiscono, vera l'ipotesi di nullità, come una v.c.  $t$  di Student con  $g = 35$  g.d.l. per il primo, e g.d.l. 34 per il secondo.

Le quantità 0,7818 e 0,8108 ottenute nei rispettivi casi risultano non significativi al livello del 5% per cui si accetta l'ipotesi formulata.

## 12. Conclusioni.

Come riepilogo dei risultati ottenuti nella presente analisi è possibile affermare che il fenomeno dei livelli marini a Venezia

nel triennio 1969-71, successivo al completamento dello scavo del canale Malamocco-Marghera, non può essere descritto in base alla semplice estensione dei modelli statistici costruiti per il precedente periodo 1947-1967. Ciò che è stato modificato non è la tendenza di fondo dei livelli marini a crescere costantemente nel tempo ma la loro variabilità attorno a tale linea di tendenza. La possibilità di estrapolare il trend per gli anni successivi al 1968 era già stata accertata, relativamente al solo 1969, in [12]; l'assunzione di un solo anno per la verifica della struttura della variabilità faceva concludere anche in favore dell'estensibilità dei modelli statistici costruiti per il periodo antecedente il 1968. L'aver preso in considerazione altri due anni, il 1970 e il 1971, ha fatto cadere tale tesi. La modificazione strutturale dell'andamento delle maree a Venezia è da imputarsi in modo generale alla mutata incidenza di tutti i fattori di natura idrogeologica specificati all'inizio della presente ricerca. È presumibile tuttavia che tale modificazione, verificatasi in un così breve periodo, sia attribuibile al solo fattore antropico. La scelta del 1968 come anno discriminante due periodi successivi di tempo è stata riferita ad un preciso intervento idraulico nel bacino lagunare; si deve avvertire, però, che l'assumere tale intervento come causa singolare del mutamento strutturale dell'andamento dei livelli marini deve essere preceduto dalla verifica che altri interventi specifici siano assenti o incidano in modo irrilevante per lo stesso periodo. Il dubbio che comunque la variabilità sarebbe risultata strutturalmente modificata scegliendo come anno discriminante una data antecedente il 1968 non sembra accettabile dall'esame della Fig. 23 dove è stata graficata la devianza media, già indicata con  $\eta_t$ , calcolata semestre per semestre. Infatti, per il periodo 1947-67 la devianza media non supera mai i  $40 \text{ cm}^2$  e raggiunge tale quota solo per il secondo semestre del 1951 ed il secondo semestre del 1963 mantenendosi negli altri semestri al di sotto dei  $25 \text{ cm}^2$ , invece per il periodo 1969-71 ben due semestri si trovano compresi nell'intervallo tra i  $30$  ed i  $40 \text{ cm}^2$  ed il primo semestre del 1970 raggiunge la vetta dei  $72 \text{ cm}^2$ . Il calcolo delle devianze medie semestrali è risultato opportuno al fine di fornire una visione sintetica dell'andamento della variabilità dei residui evitando la difficoltà di una loro diretta lettura. La scelta dell'intervallo seme-

DEVIANZE MEDIE PER SEMESTRE  
 VENEZIA-CFR. PERIODI (1947-67) E (1969-71)

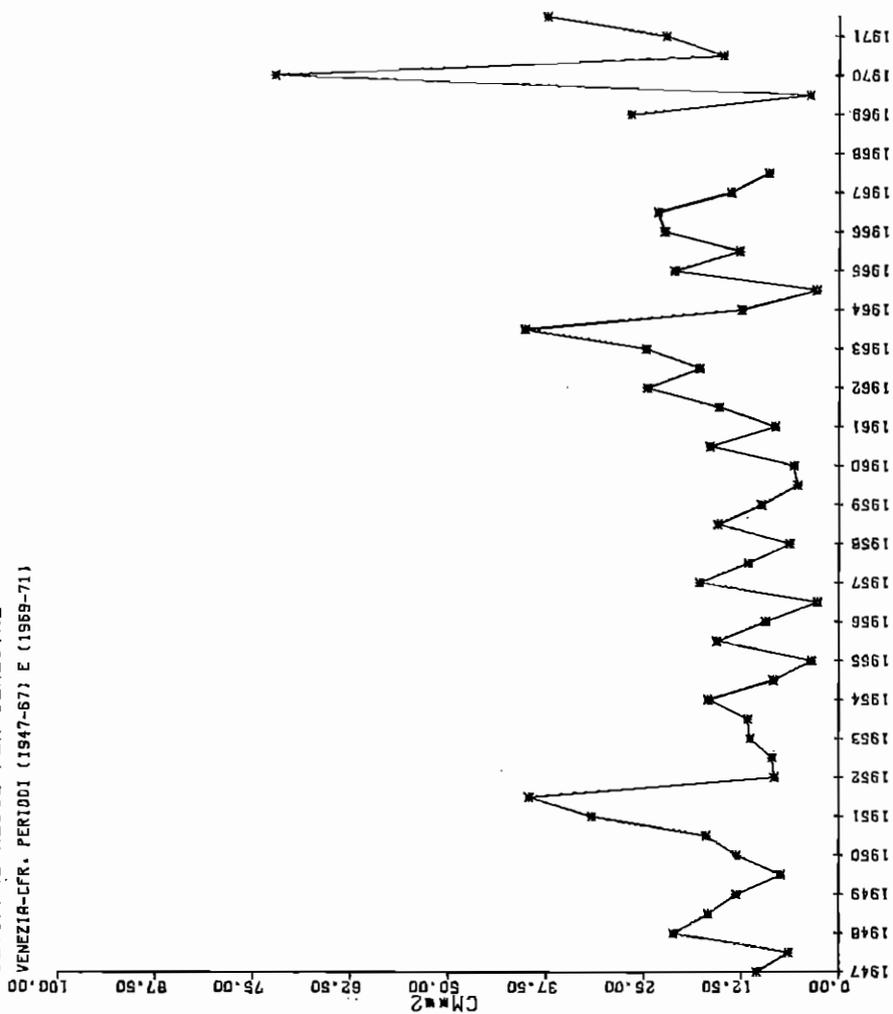


Fig. 28

strale ha sostituito quella dell'intervallo annuale per permettere al periodo 1961-71 di avere un numero sufficiente di punti da comparare con il periodo precedente.

La frequenza delle acque alte, aumentata considerevolmente in questi ultimi decenni (si veda [11]) trova quindi una sua prima causa nell'incremento tendenziale dei livelli marini interpretabili, almeno parzialmente, con l'abbassamento del suolo di Venezia. Su questa tendenza si può dire che lo scavo del canale non ha avuto alcuna influenza, ma risulta difficile affermare che l'aumentata variabilità dei valori medi mensili di marea, depurati dall'incremento tendenziale dei livelli marini, non portino a considerare « eccezionali » le maree prima contenute entro i limiti di guardia e quindi che le conseguenze dello scavo siano del tutto neutrali.

Un risultato che trova una precisa conferma in ricerche svolte altrove riguarda la stima dell'andamento evolutivo dei livelli medi marini di Venezia. Già per il periodo 1929-1962 l'Istituto Geografico Militare aveva verificato, relativamente alla località di Punta Salute una subsidenza media annua di mm 2,54 calcolata sui dati mareografici, molto vicina ai mm 2,9 ottenuti per altra via con le livellazioni geometriche di alta precisione (si veda [8]).

Dalle analisi qui svolte, si può calcolare la media annua di incremento dei livelli marini moltiplicando per 12 il parametro  $C'$  (Tab. 13). Si ottiene il valore di 2,479 mm annui che coincide con i mm 2,48 calcolati per Punta Salute dal C.N.R. di Venezia ponendo a confronto le livellazioni geometriche di precisione compiute dall'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti nel 1961 [9] riferite ad un caposaldo stabile di terraferma in località Conegliano, e le livellazioni di precisione geometrica compiute dallo stesso C.N.R. nel 1970 [3] riferite ad un caposaldo in località Treviso considerato anch'esso stabile. Questa coincidenza rafforza notevolmente l'opinione che l'incremento medio annuo dei livelli marini sia da imputarsi, quasi totalmente, allo sprofondamento del terreno ed in misura insignificante all'innalzamento del livello medio del mare (eustatismo) e ciò anche in considerazione del fatto che, pure non essendo stato verificato il grado di stabilità del mareografo di Punta Salute, il caposaldo scelto in questa località per le livellazioni geometriche è situato nelle immediate

vicinanze. Si deve ad ogni modo precisare, per una corretta interpretazione del risultato, che i mm 2,48 non sono estensibili a tutta l'area lagunare Veneziana essendosi dimostrato tramite le livellazioni [2] che la zona di Punta Salute è una delle più stabili. L'incremento medio annuo ottenuto per lo stesso periodo 1947-1967 a Porto Corsini, risulta di mm 8,647 annui (Tab. 20) superiore ai mm 7,49 ottenuti per il periodo 1930-1963 sui livelli medi annui in precedenti ricerche [11]. Il confronto indica che l'andamento della subsidenza per tale località si è ulteriormente aggravato nell'ultimo periodo di tempo e sconsiglia per le analisi di lungo periodo l'utilizzazione di un trend temporale di tipo lineare.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] M. S. BARTLETT, *An Introduction to Stochastic Processes*, Cambridge University Press, 1956.
- [2] M. CAPUTO, M. FOLLONI, A. GUBELLINI, L. PIERI e M. UNGUENDOLI, *Survey and Geometric Analysis of Subsidence in the Region of Venice and its Hinterland*, « Rivista italiana di Geofisica », XXI, n. 1-2, 1972.
- [3] C.N.R., *Livellazione geometrica di precisione della città di Venezia*, Venezia, 1971.
- [4] D. COCHRANE e G. H. ORCUTT, *Application of Least Squares Regression to Relationships Containing Auto-Correlated Error Terms*, « J. Amer. Statist. Ass. », 44,32, Washington, D.C., 1949.
- [5] W. DORIGO, *Una legge contro Venezia*, Officina Edizioni, Roma, 1973.
- [7] D. S. HUANG, *Regression and Economic Methods*, John Wile and Sons, Inc., New York, 1970.
- [8] I.G.M., *Relazione sui lavori di livellazione geometrica di alta precisione eseguiti nel 1970 dall'Istituto Geografico Militare nelle zone della Laguna veneta e del Delta Padano*, Firenze, 1971.
- [9] ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI, *Livellazione Geometrica di Precisione della città di Venezia*, Commissione di studio dei provvedimenti per la conservazione e difesa della laguna e della città di Venezia, Vol. II, Venezia, 1963.
- [10] P. MANTOVAN, *Analisi spettrale sulle serie storiche dei Livelli marini e livelli barometrici*, « Rendiconti del Comitato Veneto per il potenziamento degli studi economici e per la programmazione », Vol. VI, Treviso, 1972.

- [11] F. MOSETTI, *Le variazioni relative del livello marino nell'Adriatico dal 1896 al 1967 ed il problema dello sprofondamento di Venezia*, « Bollettino di Geofisica teorica ed applicata », XI, n. 43-44, 1969.
- [12] A. NADDEO, *Analisi Statistica dell'andamento del livello medio marino a Venezia (1940-1969)*, « Rendiconti del Comitato Veneto per il potenziamento degli studi economici e per la programmazione », Vol. V, Treviso, 1972.
- [13] A. NADDEO e G. LANDENNA, *Metodi Statistici nella ricerca scientifica e nella programmazione industriale*, Parte II, Franco Angeli Editore, Milano, 1966.
- [14] E. PARZEN, *Mathematical Consideration in Estimation of Spectra*, « Technometrics », 3, 1961.
- [15] D. SARTORE, *Analisi spettrale dell'indice del costo della vita (1951-1971)*, Supplemento Statistico-Matematico al volume VII dei « Rendiconti del Comitato Veneto per il potenziamento degli studi economici e per la programmazione », 1974.