

ASSOCIAZIONE PER LA MATEMATICA APPLICATA
ALLE SCIENZE ECONOMICHE E SOCIALI

ATTI
DEL DICIASSETTESIMO
CONVEGNO A.M.A.S.E.S.

Ischia, 8 -11 settembre 1993

A cura dello

ISTITUTO ITALIANO PER GLI STUDI FILOSOFICI

Hanno contribuito alla pubblicazione
il Consiglio Nazionale delle Ricerche
e il Lloyd Adriatico

FENOMENO DELLA DIPENDENZA A LUNGO TERMINE NEL MERCATO
FINANZIARIO ITALIANO

Marco CORAZZA

Universita' degli Studi di BRESCIA
Posta elettronica: corazza@unive.it

Carla NARDELLI

Universita' degli Studi di VENEZIA
Posta elettronica: nardelli@unive.it

Keywords: serie temporali finanziarie, tassi di rendimento, dipendenza a breve e a lungo termine, analisi *rescaled range* o R/S classica e modificata, esponente di Hurst.

1. INTRODUZIONE

Negli ultimi anni sono apparsi in letteratura molti lavori volti ad investigare le proprietà statistiche delle serie temporali finanziarie relative, ad esempio, ai corsi azionari, ai rendimenti di titoli, ai prodotti derivati, ai tassi di cambio in mercati come quelli europeo e/o statunitense. Lo scopo principale è stato quello di riuscire ad individuare le proprietà caratteristiche delle distribuzioni di probabilità sottostanti le variazioni delle quotazioni nonché quello di ricercare qualche tipo di dipendenza statistica a breve termine. In numerosi articoli, ad esempio, si studia la questione se sia possibile prevedere i prezzi di mercato delle azioni sulla base della conoscenza del loro passato. Poiché, generalmente, dall'analisi dei coefficienti di correlazione tra rendimenti successivi [38], [19] non sono state individuate peculiarità significative, si è giunti alla conclusione che i rendimenti non siano linearmente dipendenti; da qui, i modelli come il *random walk* e la forma debole dell'ipotesi di efficienza del mercato [10]. Viceversa, lo scopo del presente lavoro è quello di testare la presenza di una sorta di dipendenza a lungo termine nelle serie storiche dei tassi di rendimento relativi ai principali indici e titoli azionari del mercato finanziario italiano. A tal fine viene applicata l'analisi *rescaled range*, sia nella sua versione classica proposta da Hurst [34] ed ampliata da Mandelbrot [50], sia nella sua versione modificata elaborata da Lo [41] per tener conto di una distorsione dovuta alla presenza di una eventuale dipendenza a breve termine.

Nonostante la consapevolezza dell'esistenza di approcci alternativi all'analisi *rescaled range*, quali, ad esempio, quelli realizzabili mediante il correlogramma, l'analisi spettrale, la *unit root*, la varianza temporale (*variance ratio*), le proprietà di *crossing*, si è optato per tale

scelta dal momento che, come messo in evidenza da [48], l'analisi R/S, in entrambe le sue versioni, risulta superiore a questi metodi poiche' robusta, anche se Jacobsen [35] mostra che la statistica *rescaled range* modificata da Lo risulta spesso una complicazione inutile di quella classica, in quanto e' possibile ottenere sostanzialmente gli stessi risultati semplicemente aggiustando preventivamente le serie temporali della loro dipendenza a breve termine, per esempio supponendo una struttura del tipo modello $AR(q)$, per poi procedere alla stima dell'esponente classico di Hurst.

Lavori recenti, di carattere prevalentemente empirico, evidenziano la presenza di dipendenza a lungo termine sia in serie storiche finanziarie che in altre serie storiche economiche. Per quanto riguarda le prime, sono da ricordare [14], [22] che trovano *mean reversion* nei prezzi azionari e correlazione seriale negativa nei rendimenti del mercato su intervalli di osservazioni da tre a cinque anni, [58] che evidenziano *mean reversion* nei prezzi azionari e autocorrelazione positiva nei rendimenti su orizzonti brevi (mensili ed annui) e negativa su orizzonti piu' lunghi usando il test basato sulla *variance ratio*, [41] che trovano dipendenza a breve termine e mostrano che i rendimenti azionari sono positivamente correlati se si considerano osservazioni settimanali, [36], [37] che trova correlazione seriale del I ordine negativa e significativa correlazione seriale positiva per *lags* piu' lunghi usando rendimenti mensili per i singoli titoli azionari, [39] che individuano *mean reversion* nei prezzi azionari e per i dati successivi alla II guerra mondiale trovano persistenza o dipendenza positiva nei rendimenti, [55] che, usando l'analisi R/S per esaminare il mercato americano, trova dipendenza a lungo termine positiva, lo stesso per [31] nei rendimenti giornalieri del NYSE, [40] che mette in dubbio le evidenze empiriche dei precedenti autori e con l'analisi R/S modificata non trova alcuna evidenza di dipendenza a lungo termine positiva o negativa e [35] e [33] che usano il test di Lo applicato al mercato olandese e rigettano l'ipotesi di persistenza. Per altre serie, quelle economiche, sono da ricordare [9], che usa i modelli ARFIMA, sia a scopo analitico che previsivo, e trova dipendenza a lungo termine nei tassi di cambio esteri, [3] che evidenziano dipendenza a lungo termine nelle serie temporali relative all'inflazione mediante l'analisi R/S, [15] che trovano *long memory* e persistenza negli output aggregati con i modelli ARFIMA e con il test basato sulla *unit root* e [57] che trovano dipendenza a lungo termine negli aggregati monetari.

Il fatto che i rendimenti azionari possiedano una dipendenza a lungo termine puo' avere un'importante influenza per esempio sulle decisioni di portafoglio ottimali in relazione all'orizzonte d'investimento [32].

Questa dipendenza potrebbe anche invalidare alcuni dei piu' noti modelli di valutazione, quali il moto browniano, il *random walk* ed i modelli a martingala usati spesso per testare la forma debole dell'ipotesi di efficienza del mercato. In particolare sarebbe proprio l'eventuale esistenza di questo tipo di memoria a lungo termine responsabile dell'aumento di evidenza sia contro l'efficienza del mercato sia contro la sua razionalita' [21], [6]. Inoltre con una tale situazione esiste la possibilita' che possano cambiare i modelli classici per la valutazione dei titoli derivati quali, ad esempio, *options* e *futures* poiche' in maggioranza essi sono basati su ipotesi che ora avrebbero una ridotta significativita', basti pensare alla formula di Black-Scholes per la valutazione di opzioni che e' basata sull'ipotesi che i rendimenti delle azioni sottostanti possano essere descritti come moti browniani.

Il presente lavoro si articola come segue: nel paragrafo 2 vengono presentati gli aspetti teorici utili per le successive applicazioni, sia per quanto riguarda l'analisi R/S classica che quella modificata, nel paragrafo 3 vengono descritti i dati e le applicazioni al mercato italiano, nel paragrafo 4 si fanno alcune considerazioni di carattere sia teorico che empirico alla luce dei risultati ottenuti, infine nel paragrafo 5 si presentano ulteriori possibili sviluppi e modifiche alle metodologie proposte in letteratura.

2. ASPETTI TEORICI

2.1 ANALISI R/S CLASSICA

H. E. Hurst negli anni tra il '40 ed il '60 [34] scopre che un ampio numero di fenomeni naturali presenta un comportamento nel tempo che puo' essere descritto come un processo stocastico *biased* opposto ad un processo aleatorio puro. Questo tipo di processo distorto, chiamato moto browniano frattale da Mandelbrot [47], implica la presenza di una certa dipendenza a lungo termine tra le osservazioni temporali. Gli eventi di un determinato periodo esercitano un'influenza su tutti i periodi successivi, cosicche' ogni segmento di una qualsiasi serie storica mantiene una sorta di "memoria" degli eventi passati: si dice che la serie delle osservazioni presenta un certo grado di persistenza.

L'analisi sviluppata da Hurst, detta *rescaled range*, e' un metodo statistico che fornisce un'aiuto importante per lo studio dei fenomeni naturali (originariamente era stata utile proprio per capire le fluttuazioni della capacita' di riserva di un bacino idrologico) ed ha contribuito in modo essenziale all'applicazione della geometria frattale. Hurst, con la sua analisi sui sistemi naturali, ha individuato un rilevante numero di fenomeni che non seguono una distribuzione ne' *random walk*, ne' gaussiana

ne' di altro tipo, ma quanto piuttosto un *biased random walk* (un processo con trend e noise). Successivamente Mandelbrot [50] ha mostrato che l'analisi R/S e' valida sia quando la distribuzione sottostante e' gaussiana sia quando non lo e'; infatti la statistica H di Hurst e' robusta rispetto alla distribuzione di probabilita' sottostante, si basa su poche ipotesi riguardo il sistema indagato ed e' in grado di distinguere una serie storica casuale da una non casuale anche qualora la prima possedesse una distribuzione non normale.

Le proprieta' di questo particolare processo stocastico sono messe in evidenza nella seguente definizione:

Definizione 2.1.1: un processo stocastico $X:[0,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$ risulta un moto browniano frattale (MBF) di indice $H\in[0,1]$, detto esponente di Hurst, se:

(2.1.1.1) $X(t)$ e' continuo con probabilita' 1 e $X(0)=0$;

(2.1.1.2) $\forall t\geq 0$ e $\forall h>0$ gli incrementi $X(t+h)-X(t)$ sono normalmente distribuiti con media nulla e varianza h^{2H} (si ha stazionarieta' ma non indipendenza).

L'analisi R/S considera una serie temporale di T osservazioni $\{y_i, i=1, \dots, T\}$ e, fissato un numero N di periodi di lunghezza unitaria, calcola la deviazione cumulata $X_{t,N}$ sugli N periodi temporali degli scarti dei dati dalla loro media m_N ; in simboli:

$$(2.1.1) \quad X_{t,N} = \sum_{i=1}^t (y_i - m_N), \quad \text{con } 1 \leq t \leq N,$$

$$\text{dove } N \in \{1, \dots, T\} \text{ ed } m_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$$

Successivamente si calcola sia il range R di variazione della deviazione cumulata nel modo seguente

$$(2.1.2) \quad R = \max_{1 \leq t \leq N} X_{t,N} - \min_{1 \leq t \leq N} X_{t,N},$$

sia la deviazione standard S delle osservazioni originali sugli N periodi. Feder [23] dimostra che il range R delle fluttuazioni attorno al livello medio aumenta se la lunghezza N dell'intervallo temporale usato cresce verso T.

Hurst formula la seguente legge empirica riguardo al range standardizzato con lo scarto quadratico medio S:

$$(2.1.3) \quad R/S = (N/2)^H, \quad \text{dove}$$

$$S = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - m_N)^2 \right]^{1/2},$$

H: esponente di Hurst, appartenente all'intervallo $]0,1]$.

L'esponente di Hurst stimato da tale legge risulta

distribuito abbastanza simmetricamente attorno ad un valore medio di 0.73 con deviazione standard di 0.09 e, in particolare, tale stima risulta distorta verso l'alto se $H < 0.72$, mentre e' sottostimata se $H > 0.72$. Si puo' stimare H anche attraverso l'equazione di Mandelbrot

$$(2.1.4) \quad R/S = aN^H, \text{ con } a \in \mathbb{R},$$

operando una regressione con il metodo dei minimi quadrati ordinari tra $\log(R/S)$ e $\log(N)$ per vari valori di N ; questo metodo offre una stima dell'esponente H piu' accurata di quella ottenuta dalla legge empirica di Hurst.

E' da notare che, se i dati sono generati da processi statisticamente indipendenti con varianza finita, in altri termini se le serie storiche sono puramente casuali, il rapporto R/S risulta asintoticamente proporzionale ad $N^{1/2}$ (regola $\tau^{1/2}$). In tal caso $H=1/2$ e si ottiene un moto browniano standard, cioe' un random walk puro in cui non c'e' dipendenza statistica a lungo termine negli incrementi della variabile casuale. Gli eventi risultano incorrelati ed il presente non influenza il futuro. Tutto cio' vale indipendentemente dalla distribuzione di probabilita' sottostante, che puo' essere gaussiana, log-normale, markoviana o di altro tipo, ed in tal caso vale la seguente legge:

$$(2.1.5) \quad R/S = \left(\pi \frac{N}{2} \right)^{1/2}.$$

Se invece il numero reale H e' diverso da $1/2$, si verifica una dipendenza a lungo termine tra le osservazioni e quindi gli eventi di un periodo influenzano tutti i periodi successivi. In tal caso le osservazioni, non essendo indipendenti nel tempo, contengono una "memoria" degli eventi passati, non a breve termine (cioe' di tipo markoviano) ma a lungo termine e, teoricamente, per sempre. Gli eventi piu' recenti hanno plausibilmente un impatto maggiore sul presente rispetto agli eventi distanti, che influenzano comunque l'oggi. Il tempo, quindi, svolge un ruolo importantissimo nel determinare lo stato attuale e, di conseguenza, futuro del sistema osservato, cosa che risulta assolutamente estranea nell'econometria classica, in cui si suppongono serie temporali invarianti nel tempo.

Nel modello di Bachelier, al contrario, si ipotizza che la serie temporale dei cambiamenti dei prezzi dei titoli sia un processo di Markov (senza memoria).

Distinguendo le due possibilita', si dice che, se $H \in]0, 0.5[$, il sistema ha un comportamento anti-persistente e la serie e' detta *ergodica* o *mean-reverting*, nel senso che se in un determinato periodo si realizza una variazione positiva, nel periodo successivo e' piu' verosimile un incremento di segno contrario. Viceversa, se nel periodo il trend e' crescente, allora nel periodo

seguente e' piu' plausibile che sia decrescente. La durata di questo comportamento anti-persistente dipende dall'esponente di Hurst, poiche' quanto piu' H e' prossimo allo zero, tanto piu' la durata si allunga e la serie temporale risulta caratterizzata da una volatilita' maggiore di quella di una serie prodotta da un processo casuale, poiche' si verificano inversioni di tendenza piu' frequenti. Al riguardo Hurst afferma che le serie temporali brevi con bassi valori di H sono spesso indistinguibili dai dati prodotti da processi casuali.

Viceversa, se $H \in]0.5, 1]$ il comportamento e' di tipo persistente o *trend-reinforcing*, il che significa che se il trend e' positivo in un certo periodo, allora e' piu' plausibile che continui ad esserlo nel periodo successivo. La durata di questo comportamento persistente aumenta quanto piu' H si avvicina ad uno, mentre piu' esso e' prossimo a 0.5, piu' "rumore" e' presente nella serie storica, che appare meno caratterizzata dalla presenza di trends. L'esponente H misura la probabilita' di osservare un trend persistente tanto piu' H risulta maggiore di 0.5. In particolare le serie storiche persistenti sono "oggetti" frattali poiche' possono essere descritte come moti browniani frazionari, ovvero *biased random walk*, in cui la lunghezza della distorsione dipende da H e risulta maggiore tanto piu' H e' lontano dal valore 0.5.

Feder [23] mostra che la stima di H ottenuta dalla legge di Mandelbrot o da quella di Hurst tende a convergere verso il valore 0.5 quando il periodo N diventa molto lungo; usando dati ottenuti da simulazioni egli individua un periodo di oltre 4000 unita' affinche' scompaia l'effetto di memoria e le serie mostrino proprieta' simili a quelle del *random walk* puro. La regressione necessaria per determinare H secondo la legge di Mandelbrot va eseguita quindi soltanto sui dati antecedenti l'epoca della convergenza di H verso il valore 0.5. In particolare se la serie storica possiede un ciclo naturale di lunghezza M , l'analisi R/S lo individua mostrando che la stima dell'esponente di Hurst H tende da M in poi ad avvicinarsi al valore 0.5, indicando che da quel momento in poi le osservazioni cominciano a diventare erratiche e casuali. Usando l'analisi *rescaled range* si puo' percio' determinare la lunghezza del ciclo medio (non periodico) del sistema dinamico indagato, che rappresenta un intervallo temporale dopo il quale si perde l'informazione sulle condizioni iniziali del sistema.

Nel moto browniano frattale e' presente una correlazione a lungo termine tra eventi in un dato periodo N , che misura l'impatto che il presente esercita sul futuro e che puo' essere quantificata dalla relazione seguente:

$$(2.1.6) \quad C_N = 2^{(2H-1)} - 1.$$

Se $H=1/2$, allora $C_N=0$ e le osservazioni sono indipendenti; in tal caso si può soltanto affermare che non è presente un processo a memoria lunga, ma nulla si può dire sulla sottostante distribuzione, che non necessariamente risulta gaussiana. Se invece $H>0.5$, la correlazione diventa positiva e tende ad 1 quando l'esponente H tende ad 1; viceversa se $H<0.5$, la correlazione è negativa ed ha -0.5 come valore limite se H tende a 0. Questa misura non è in relazione con la funzione di autocorrelazione, anche se presenta delle analogie. La differenza sostanziale risiede nel fatto che la funzione di autocorrelazione assume che la distribuzione sottostante sia gaussiana e si rivela utile nel determinare l'eventuale dipendenza a breve termine, a differenza della correlazione C_N che individua una possibile memoria a lungo termine.

Mandelbrot [48], nel 1972, ha mostrato che l'inverso dell'esponente di Hurst coincide con la dimensione frattale della distribuzione di probabilità del processo:

$$(2.1.7) \quad D_F = 1/H.$$

Dal momento che per un *random walk* ($H=0.5$) ogni punto è ugualmente probabile, la dimensione frattale della sua distribuzione è pari a 2, mentre invece se $H \in]0.5, 1]$, allora D_F è compresa tra 1 e 2. In particolare, anche per il moto browniano frattale, relativamente alla sua dimensione, valgono teoremi equivalenti [16]:

Teorema 2.1.1: con probabilità uno, un moto browniano frattale di indice H ha grafico con dimensione di Hausdorff e *box-dimension* pari a $2-\alpha$, dove α è l'esponente caratteristico di una distribuzione stabile.

Teorema 2.1.2: con probabilità uno, i cammini delle serie temporali sono curve di dimensione frattale data da $d_F=2-H$; nel caso particolare di moto browniano con $H=0.5$ si ha $d_F=1.5$.

Si può mostrare il legame esistente tra un moto browniano frattale ed un processo Pareto-stabile: l'esponente di Hurst coincide con l'inverso di α

$$(2.1.8) \quad H = 1/\alpha,$$

sicché, se $H=1/2$ allora $\alpha=2$ e si tratta del MBS ovvero della distribuzione normale.

2.2 ANALISI "RESCALED RANGE" MODIFICATA

Nel 1991 Lo [40] ha evidenziato che i dati relativi al mercato finanziario mostrano una certa dipendenza a breve termine che può influire sulla stima dell'esponente di Hurst ottenuta dall'analisi R/S classica e di conseguenza egli propone una statistica modificata per

individuare la dipendenza a lungo termine nelle serie storiche finanziarie. Il nuovo test proposto risulta robusto rispetto alla dipendenza a breve termine ed esso, quando applicato ai rendimenti giornalieri e mensili, non sempre permette di accettare l'ipotesi di dipendenza a lungo termine ([35] e [33]), contrariamente a quanto invece riscontrato in [31], [32], [54] e [58]. A causa di questa sensibilit  dell'analisi *rescaled range* nei riguardi della presenza di dipendenza a breve termine, l'eventuale comportamento predetto dalla statistica R/S non deriva necessariamente dalla presenza di memoria a lungo termine, ma invece pu  essere il sintomo di memoria a breve termine. Per tener conto di essa, bisogna quindi modificare il test R/S per ottenere la statistica R/φ , dove

$$(2.2.1) \quad \varphi^2 = S^2 + 2 \sum_{i=1}^q \omega_i(q) \hat{\gamma}_i, \text{ con } q < N$$

dove

$\omega_i(q) = 1 - \frac{1}{q+1}$ sono i pesi, mentre

$\hat{\gamma}_i = \sum_{j=i+1}^N (y_i - m_N)(y_{j-1} - m_N)$ e' lo stimatore dell'auto-covarianza.

Perci , se la serie temporale e' soggetta a dipendenza a breve termine, la varianza S^2 non e' semplicemente la somma delle varianze dei singoli termini, ma include anche le loro autocovarianze pesate, con pesi dati dai coefficienti $\omega_i(q)$, fino al lag q . In particolare i pesi $\omega_i(q)$ sono stati proposti da Newy e West [40], in modo da garantire sempre la positivit  di φ^2 . Per quanto invece riguarda la scelta del lag q , [1] propone una regola dipendente sia dalla qualita' che dalla quantita' dei dati.

Lo [40] fornisce il tipo di relazione che esiste tra R/S ed R/φ : in particolare egli dimostra che

$$(2.2.2) \quad 1/\sqrt{N} \ R/\varphi \stackrel{a}{\sim} V,$$

in cui V e' una variabile casuale con distribuzione data da

$$(2.2.3) \quad F_V(v) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} \left(1 - 4 k^2 v^2\right) \exp\left(-2 k^2 v^2\right),$$

mentre invece

$$(2.2.4) \quad 1/\sqrt{N} \ R/S \stackrel{a}{\sim} \xi V,$$

in cui il numero reale ξ dipende dal tipo di dipendenza a breve termine. E' dunque possibile costruire un test bi-direzionale, che assegna uguale probabilit  a ciascuna coda, relativo alla ipotesi nulla di assenza di persistenza a lungo termine, da condurre ad un ipotizzato livello di significativita'.

3. ASPETTI APPLICATIVI

Le determinazioni dell'esponente di Hurst classico (H) e dell'esponente di Hurst modificato ($\hat{H}$) sono state effettuate per le serie temporali dei tassi di rendimento di alcuni indici e di alcuni titoli presenti nel mercato finanziario italiano. Tali serie temporali dei tassi di rendimento vengono definite come segue a partire da quelle quotidiane delle quotazioni degli stessi indici e titoli:

$$(3.1) \quad x_{t,n} = \ln \left[\frac{p_t}{p_{t-n}} \right], \text{ con } n = 5, 15, 25.$$

In particolare si sono considerate le quotazioni dell'indice COMIT nel periodo che va dal 1973 al 1992 (circa 5000 rilevazioni quotidiane), quelle degli indici COMIT settoriali nel periodo che va dal 1984 al 1992 (circa 2000 rilevazioni quotidiane), quelle del titolo FIAT nel periodo che va dal 1979 al 1992 (circa 3500 rilevazioni quotidiane) e quelle dei titoli ALITALIA Privilegiata, ANSALDO, BENETTON, CEMENTIR, CIGA HOTEL, COGEFAR, DALMINE, FIAT Privilegiata, GENERALI, L'ESPRESSO e MONTEDISON nel periodo che va dal 1986 al 1992 (circa 1750 rilevazioni quotidiane).

Per determinare il valore assunto dall'esponente di Hurst in ognuna delle due suindicate formulazioni, inizialmente si sono suddivise le serie temporali indagate in sotto-periodi di prefissata lunghezza (N_0); successivamente, in relazione ad ognuno di questi sottoperiodi, si sono calcolati il range di variazione R e, rispettivamente, lo scarto quadratico medio ($\$$) per H e lo scarto quadratico medio "modificato" ($\mathcal{P}$) per $\hat{H}$. Infine, calcolati i valori medi delle quantità R/S e $R/\mathcal{P}$, si è operata la stima delle quantità H e $\hat{H}$ effettuando due distinte regressioni sulla trasformazione logaritmica della legge empirica di Hurst nella sua formulazione data da Mandelbrot (si veda la (2.1.4)). Tale procedura è stata iterata per crescenti valori della lunghezza dei sottoperiodi ($N_0, N_1, \dots, N_L$, con $N_L \leq N$).

E' da notare sia come la stabilità delle trasformazioni $\ln(R/S)$ e $\ln(R/\mathcal{P})$ dipenda in maniera diretta dalla prefissata lunghezza dei sotto-periodi N_i , $i = 0, \dots, L$, sia come i valori medi delle stesse trasformazioni logaritmiche decrescano al crescere delle stesse prefissate lunghezze. Queste osservazioni esplicitano l'esigenza di serie temporali costituite da un elevato numero di rilevazioni poiché, per individuare la lunghezza M del periodo orbitale medio, si richiede che il valore dell'esponente di Hurst (quale che sia la formulazione considerata) tenda a 0.5.

Infine è stata utilizzata la statistica

$$(3.2) \quad V(q) = 1/\sqrt{N} \ R/S(q) \sim V$$

dove

$S(q) \in \{S, \varphi\}$,

per testare l'ipotesi nulla, che afferma l'assenza di dipendenza a lungo termine nella serie storica indagata, contro l'ipotesi alternativa che afferma la presenza di dipendenza a lungo termine nella serie temporale stessa. Tale test bi-direzionale, al variare del livello di significatività $\alpha=1\%$, 5% , 10% e 20% , individua le seguenti regioni di accettazione per l'ipotesi nulla:

SIGNIFICATIVITA'	LIV. DI CONFIDENZA	REGIONE DI ACCETTAZIONE
α	$1-\alpha$	
1%	99%	0.721, 2.098
5%	95%	0.809, 1.862
10%	90%	0.861, 1.744
20%	80%	0.927, 1.620

Il test è stato condotto utilizzando il livello di significatività del 5% anche se, nelle tabelle in appendice, sono stati indicati i casi di accettazione dell'ipotesi nulla per i quali, in corrispondenza di $\alpha=10\%$, 20% , si avrebbe invece avuto un rigetto.

In particolare, inizializzato a circa 6 mesi il valore della lunghezza iniziale (N_0) dei sotto-periodi, l'applicazione dell'analisi R/S pone in evidenza l'esistenza di un comportamento qualitativo comune a tutte le serie temporali indagate, comportamento qualitativo caratterizzato da quanto segue:

(3.A) esistenza, in corrispondenza dei primi valori di N_1 , di un iniziale, breve, intervallo di "assestamento" dei valori della stima di Hurst, intervallo in cui, di regola, H decresce; ciò è, presumibilmente, imputabile al ridotto numero di rilevazioni costituente ogni dato sotto-periodo in corrispondenza dei primi valori di N_1 ;

(3.B) esistenza, in corrispondenza dei successivi valori di N_1 , di un secondo intervallo in cui i valori della stima di H tendono a raggiungere un massimo relativo;

(3.C) appartenenza all'intervallo $]0.5, 1]$ del valore della stima di H ottenuta in corrispondenza del massimo relativo, cioè presenza di un fenomeno di persistenza;

(3.D) assenza sia di un fenomeno di persistenza che di un fenomeno di reversione nelle serie temporali ri-analizzate successivamente all'alterazione della loro struttura mediante una tecnica di scrambling; ciò, tendendo il valore della stima di H a 0.5, pone in evidenza la avvenuta distruzione di una sottostante struttura effettivamente esistente nelle originarie serie temporali. Inoltre, inizializzato a circa 6 mesi anche il valore del lag temporale (q) fino a cui considerare le autocovarianze pesate nello scarto quadratico "modificato",

l'applicazione dell'analisi *rescaled range* pone ancora in evidenza l'esistenza di un comportamento qualitativo comune a tutte le serie temporali indagate, ed equivalente a quello precedentemente descritto nei punti (3.A) e (3.D).

I risultati provenienti dalle applicazioni dell'analisi R/S e dell'analisi R/ ρ vengono proposti nelle tavole in appendice.

4. CONSIDERAZIONI

Dall'analisi delle tavole presentate in appendice e' possibile ricavare due distinti, seguenti ordini di considerazioni.

(4.A) CONSIDERAZIONI DI NATURA DESCRITTIVA

(4.A.1) Le serie temporali settimanali degli indici esaminati mostrano che all'aumentare di q da 0 a 100 si ha un incremento dell'accettazione dell'ipotesi nulla (0% per $q=0$, 25% per $q=50$ e 100% per $q=100$) e si verifica la tendenza della stima classica di H verso valori di poco superiori a 0.5;

(4.A.2) le serie temporali tri-settimanali e mensili degli indici esaminati mostrano, all'aumentare di q , un comportamento analogo a quello descritto per le serie temporali settimanali;

(4.A.3) le serie degli indici esaminati mostrano, all'aumentare dell'intervallo temporale su cui vengono calcolati i tassi di rendimento, una sostanziale invarianza sia dei valori dell'esponente di Hurst ricavato mediante l'analisi grafica che dell'accettazione dell'ipotesi nulla (seppure con una evidente perdita di informazione relativa alla dinamica infra-periodale dello stesso esponente), sia quando non si considerano gli effetti di memoria a breve termine ($q=0$) sia quando si suppone che tali effetti abbiano una durata pari a 100 periodi unitari;

(4.A.4) la serie temporale settimanale dell'indice COMIT mostra un rigetto dell'ipotesi nulla per $q=0$, 10 e 20 verificando la presenza di dipendenza a lungo termine ($H>0.5$) ed una accettazione di tale ipotesi per valori maggiori di q ($q=30, 40, 50, 60, 70, 80, 90$ e 100), anche se si avrebbe ancora il rigetto dell'ipotesi nulla a favore della presenza di persistenza con un livello di significativita' variabile tra il 10% ed il 20%;

(4.A.5) le serie temporali settimanali dei titoli esaminati mostrano che all'aumentare di q da 0 a 100 si ha una riduzione del rigetto dell'ipotesi nulla (42% per $q=0$, 25% per $q=50$ e 0% per $q=100$) e si verifica la tendenza della stima classica di H a passare da valori tutti attorno a 0.65-0.8 progressivamente verso valori tutti attorno a 0.2-0.55;

(4.A.6) le serie temporali tri-settimanali e mensili dei titoli esaminati mostrano, all'aumentare di q , un

comportamento analogo a quello descritto per le serie temporali settimanali. In particolare il titolo ANSALDO mostra un evidente comportamento anti-persistente, confermato dal test, in corrispondenza dei dati settimanali e di $q=100$ con un livello di significativita' pari al 20% ed in corrispondenza dei dati tri-settimanali e di $q=100$ con un livello di significativita' pari al 5%;

(4.A.7) le serie dei titoli esaminati mostrano, all'aumentare dell'intervallo temporale su cui vengono calcolati i tassi di rendimento, una sostanziale invarianza dei valori dell'esponente di Hurst ricavato mediante l'analisi grafica ed un leggero aumento dell'accettazione dell'ipotesi nulla (seppure con una evidente perdita di informazione relativa alla dinamica infra-periodale dello stesso esponente), sia quando non si considerano gli effetti di memoria a breve termine ($q=0$) sia quando si suppone che tali effetti abbiano una durata pari a 100 periodi unitari;

(4.A.8) la serie temporale settimanale del titolo FIAT mostra un rigetto dell'ipotesi nulla per $q=0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70$ e 80 verificando la presenza di dipendenza a lungo termine ($H>0.5$) ed una accettazione di tale ipotesi per valori maggiori di q ($q=90$ e 100), anche se si avrebbe ancora il rigetto dell'ipotesi nulla a favore della presenza di persistenza con un livello di significativita' del 10%.

(4.B) CONSIDERAZIONI DI NATURA INTERPRETATIVA

(4.B.1) L'analisi R/S classica e quella modificata presentano, per tutte le serie temporali finanziarie, indagate, un analogo comportamento qualitativo dal momento che, a differenza di quanto rilevato da altri autori [40], e [35], entrambe concordano nel fare spesso ritenere plausibile la presenza del fenomeno di persistenza, in particolar modo per i tassi di rendimento relativi agli indici. Cio' si puo' reputare una peculiarita' del mercato azionario italiano visto che, in mercati come quello olandese ([33] e [35]) e quello statunitense [54] l'analisi modificata tende a sconfessare quasi sistematicamente l'analisi classica per ogni valore del livello di significativita' minore o uguale al 20%;

(4.B.2) l'analisi R/S e quella R/ γ mostrano, di regola, per tutte le serie temporali finanziarie indagate, il progressivo diminuire dell'esponente di Hurst ricavato mediante l'analisi grafica, all'aumentare di q . Cio', ricordando la costruzione della quantita' γ riportata in

(2.2.1) evidenzia, in media, la crescita della $\sum_{i=1}^q \omega_i(q) \hat{\gamma}_i$

al crescere di q e quindi porta a rilevare, seppur indirettamente, una struttura auto-correlativa di natura positiva per la stesse serie temporali studiate;

(4.B.3) le serie temporali indagate mostrano, in corrispondenza dei casi di rigetto dell'ipotesi nulla, che

il valore del periodo orbitale medio ricavato mediante l'analisi grafica concorda, di regola, con il corrispondente valore individuato dai casi stessi di rigetto dell'ipotesi nulla, anche se la "significativita'" di tale concordanza di risulta minore per le serie temporali piu' corte;

(4.B.4) le stime degli esponenti di Hurst ottenute dall'analisi graficasia con il metodo classico che con il metodo modificato, relative alle serie temporali dei tassi di rendimento degli indici, risultano generalmente superiori a quelle relative ai titoli;

(4.B.5) il test relativo all'esponente H degli indici rigetta piu' spesso l'ipotesi nulla rispetto allo stesso test relativo agli esponenti H dei titoli, facendo cosi' ritenere piu' plausibile la presenza di persistenza piu' diffusa negli indici rispetto ai titoli;

(4.B.6) le analisi condotte sull'indice COMIT e sul titolo FIAT per valori crescenti di q , evidenziano per quest'ultimo una maggiore stabilita' dell'accettazione dei valori delle stime rispetto alla durata dell'effetto di memoria a breve termine, la qual cosa potrebbe indicare la presenza di una forte componente di memoria che continua a manifestarsi anche successivamente alla eliminazione delle sue componenti a breve (valori medio-bassi di q) e a medio termine (valori medio-alti di q).

5. CONCLUSIONI

Dall'analisi precedentemente condotta si puo' derivare una proposta per un criterio integrativo di classificazione dei titoli, proposta basata sull'utilizzo dell'esponente di Hurst come indicatore.

In particolare se, ad esempio, risulta verificato che $H_A > H_B > 0.5$, dove H_A e H_B sono gli esponenti di Hurst associati, rispettivamente, al titolo A ed al titolo B, allora il primo di questi titoli risulta piu' prevedibile del secondo, poiche' possiede una memoria del suo passato piu' persistente di quella del secondo titolo: in tal caso, a parita' di altre condizioni, il titolo A sarebbe preferibile al titolo B. Inoltre la dimensione frattale del titolo A risulta inferiore a quella del titolo B, ovvero la serie temporale relativa al primo titolo risulta meno "frastagliata" di quella relativa al secondo, il che implica che nella serie storica del titolo A sono presenti meno movimenti ed inversioni di tendenza, la qual cosa risulta, plausibilmente, piuttosto desiderabile nel momento della decisione.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] D.Andrews, *Heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimation*, Econometrica, 59, 1991, 817-858.
- [2] L.Bachelier, *Teorie de la speculation*, Annales de

- l'Ecole Normale Supérieure, 21-86, 1900.
- [3] G.G.Booth, F.R.Kaen, P.E.Koveos, *R/S analysis of foreign exchange rates under two international monetary regimes*, J. of Monetary Econ., 10, 1982.
 - [4] G.G.Booth, T.Martikainen, S.S.Sarkar, I.Virtanen, P.Yli-Olli, *Nonlinear dependence in finnish stock returns*, XII Meeting Euro, Helsinki, giugno 1992.
 - [5] A.Brasolin, M.Corazza, C.Nardelli, *Autosimilarita' e comportamento non lineare di un indice azionario nel mercato italiano*, Atti XVI Convegno A.M.A.S.E.S., Treviso, 1992.
 - [6] W.Brock, J.Lakonishok, B.LeBaron, *Simple technical trading rules and the stochastic properties of stock returns*, J. of Finance, 47, 5, 1993.
 - [7] E.Canestrelli, C.Nardelli, *Distribuzioni stabili di Levy dei rendimenti del mercato azionario italiano*, Atti XV Convegno A.M.A.S.E.S., Grado, 1991.
 - [8] S.G.Cecchetti, P.S.Lam, N.C.Mark, *Mean reversion in equilibrium asset prices*, Amer. Econ. Review, 80, 1, Giugno 1990.
 - [9] Y.W.Cheung, *Long memory in foreign-exchange rates*, J. of Business and Econ. Stat., 11, 1, Gennaio 1993, 93-101.
 - [10] P.H.Cootner (ed.), *The random character of stock market prices*, Cambridge, MIT Press, 1964.
 - [11] M.Corazza, C.Nardelli, *Pacchetto software per il calcolo della dimensione di correlazione, del massimo esponente di Liapunov, dell'esponente di Hurst*, 1992.
 - [12] M.Corazza, C.Nardelli, *Looking for fractal structure in the italian capital market*, Conferenza su *Predictability and nonlinear modelling in natural sciences and economics*, Wageningen (Olanda), Aprile 5-7, 1993.
 - [13] R.B.Davies, D.S.Harte, *Tests for the Hurst effect*, Biometrika, 74, 1, 1987.
 - [14] W.F.M.De Bondt, R.Thaler, *Does the stock market overreact?*, J. of Finance, 40, 3, 1985, 793-808.
 - [15] F.X.Diebold, G.D.Rudebush, *Long memory and persistence in aggregate output*, J. of Monetary Economics, 24, 1989.
 - [16] K.Falconer, *Fractal geometry*, J.Wiley, 1990.
 - [17] E.F.Fama, *Mandelbrot and the stable paretian hypothesis*, J.of Business, 36, 4, 1963, 420-429.
 - [18] E.F.Fama, *Portfolio analysis in a stable paretian market*, Management Science, 11, 1965, 404-419.
 - [19] E.F.Fama, *The behavior of stock market prices*, J. of Business, 38, 1965, 34-105.
 - [20] E.F.Fama, *Efficient capital markets: a review of theory and empirical work*, J.of Finance, 25, 1970, 383-417.
 - [21] E.F.Fama, *Efficient capital markets: II*, J. of Finance, XLVI, 5, dicembre 1991, 1575-1617.
 - [22] E.F.Fama, K.R.French, *Permanent and temporary components of stock prices*, J. of Political Economy, 96, 2, 1988, 246-273.

- [23] J.Feder, *Fractals*, Plenum Press, 1988.
- [24] W.Feller, *The asymptotic distribution of the range of sums of independent variables*, Ann. Math. Stat., 22, 1951.
- [25] W.Feller, *An introduction to probability theory and its applications*, vol. 1-2, J.Wiley, New York, 1971.
- [26] M.Z.Frank, R.Genkay, T.Stengos, *International chaos?*, European Economic Review, 32, 1988, p.1569-1584.
- [27] M.Z.Frank, T.Stengos, *Some evidence concerning macroeconomic chaos*, J. of Monetary Economics, 22, 1988, 423-438.
- [28] M.Frank, T.Stengos, *Chaotic dynamics in economic time series*, J. of Economic Surveys, 2, 2, 1988.
- [29] M.Frank, T.Stengos, *Measuring the strangeness of gold and silver rates of return*, Review of Economic Studies, 56, 1989, 553-567.
- [30] K.Garbade, *Teoria dei mercati finanziari*, Il Mulino, Bologna, 1989.
- [31] M.T.Greene, B.D.Fielitz, *Long-term dependence in common stock returns*, J. of Fin. Econ., 4, 1977, 339-349.
- [32] M.T.Greene, B.D.Fielitz, *The effect of long term dependence on risk return models of common stocks*, Operations Research, 27, 5, 1979, 944-951.
- [33] A.A.Groenendijk, *Mean reversion at the Dutch stock exchange?*, XIII Meeting Euro Working Group on Financial Modelling, Cipro, Aprile 1993.
- [34] H.E.Hurst, *Long-term storage capacity of reservoirs*, Trans. Amer. Soc. Civil Engin., 116, 1951, 770-799.
- [35] B.Jacobsen, *Long term dependence in stock returns*, Conferenza su Predictability and nonlinear modelling in natural sciences and economics, Wageningen (Olanda), Aprile 5-7, 1993.
- [36] N.Jegadeesh, *Evidence of predictable behavior of security returns*, J. of Finance, XLV, 3, 1990, 881-899.
- [37] N.Jegadeesh, *Seasonality in stock price mean reversion: evidence from the U.S. and U.K.*, J. of Finance, 46, 4, Settembre 1991.
- [38] M.G.Kendall, *The analysis of economic time series; part I: prices*, J. of the Royal Stat. Society, 96, 1953, 11-25.
- [39] M.J.Kim, C.R.Nelson, R.Startz, *Mean reversion in stock prices ?*, Review of Econ. Studies, 58, 1991, 515-528.
- [40] A.W.Lo, *Long-term memory in stock market prices*, Econometrica, 59, 5, 1991, 1279-1313.
- [41] A.W.Lo, A.C.MacKinlay, *Stock market prices do not follow random walks*, The Review of Financial Studies, 1, 1, 1988, 41-66.
- [42] A.W.Lo, A.C.MacKinlay, *When are contrarian profits due to stock market overreaction ?*, Review of Financial Studies, 3, 1990, 175-206.
- [43] B.B.Mandelbrot, *The Pareto-Levy law and the distribution of income*, Inter. Econ. Rev., 1, 79-106, 1960.

- [44] B.B.Mandelbrot, *Stable paretian random functions and the multiplicative variation of income*, *Econometrica*, 29, 517-543, 1961.
- [45] B.B.Mandelbrot, *The variation of certain speculative prices*, *J. of Business*, vol.36, 1963.
- [46] B.B.Mandelbrot, *The variation of some other speculative prices*, *J. of Business*, vol.40, 1967.
- [47] B.B.Mandelbrot, J.van Ness, *Fractional brownian motion, fractional noises and applications*, *SIAM Rev.*, 10, 4, 1968.
- [48] B.B.Mandelbrot, *Statistical methodology for non-periodic cycles: from the covariance to R/S analysis*, *Annals of Economic and Social Measurement*, 1, 1972, 259-290.
- [49] B.B.Mandelbrot, *The fractal geometry of nature*, Freeman, S.Francisco, 1982.
- [50] B.B.Mandelbrot, J.R.Wallis, *Robustness of the Rescaled Range R/S in the measurement of noncyclic long run statistical dependence*, *Water Resources Research*, 5, 1969.
- [51] B.B.Mandelbrot, *Gli oggetti frattali: forma, caso, dimensione*, Einaudi, Torino, 1987.
- [52] B.B.Mandelbrot, M.S.Taqqu, *Robust R/S analysis of long run serial correlation*, *XLII International Stat. Inst.*, Manila, Dic. 1979.
- [53] M.F.M.Osborne, *Brownian motion in the stock market*, *Operation Research*, 7, 1959, 145-173.
- [54] E.E.Peters, *Fractal structure in the capital markets*, *Financial Analyst J.*, luglio-agosto 1989.
- [55] E.E.Peters, *A chaotic attractor for the S & P 500*, *Financial Analyst J.*, marzo-aprile 1991.
- [56] E.E.Peters, *Chaos and order in the capital markets*, J.Wiley, New York, 1991.
- [57] S.Porter-Hudak, *An application of the seasonal fractionally differenced model to the monetary aggregates*, *J. Amer. Stat. Assoc.*, 85, 410, Giugno 1990.
- [58] J.M.Poterba, L.H.Summers, *Mean reversion in stock prices*, *J. of Fin. Econ.*, 22, 1988, 27-59.
- [59] J.A.Scheinkman, B.LeBaron, *Nonlinear dynamics and GNP data*, in W.A.Barnett, J.Geweke, K.Shell (eds.), *Economic complexity: chaos, sunspots, bubbles and nonlinearity*, Cambridge University Press, 1989.
- [60] J.A.Scheinkman, B.LeBaron, *Nonlinear dynamics and stock returns*, *J. of Business*, 62, 3, luglio 1989.

7. APPENDICE

Legenda

TAVOLE 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14 e 15

- Colonna 1: identificatore dell'indice o del titolo;
 Colonna 2: valore dell'esponente di Hurst H individuato in corrispondenza delle quantità $q=0, 50, 100$ mediante l'analisi grafica;
 Colonna 3: valore del periodo orbitale medio associato al valore dell'esponente di Hurst riportato in Colonna 2;
 Colonna 4: accettazione (SI) o rigetto (NO) della ipotesi nulla;
 Colonna 5: concordanza (*) o discordanza (-) del valore dell'esponente di Hurst individuato mediante l'analisi statistica con quello individuato mediante l'analisi grafica (Colonna 2);
 Colonna 6: concordanza (*) o discordanza (-) del valore del periodo individuato mediante l'analisi statistica con quello individuato mediante l'analisi grafica (Colonna 3);
 Colonna 7: se si ha il rigetto dell'ipotesi nulla (NO nella Colonna 4) indica il livello di significativita' a cui e' stato condotto il test, mentre se si ha l'accettazione dell'ipotesi nulla (SI nella Colonna 4), indica l'eventuale livello di significativita' per cui si sarebbe ancora potuto avere il rigetto dell'ipotesi nulla.

TAVOLE 4 e 12

- Colonna 1: idem alla Colonna 1 delle precedenti tavole;
 Colonna 2: lag temporale fino a cui sono considerate le autocovarianze pesate;
 Colonna 3: idem alla Colonna 2 delle precedenti tavole;
 Colonna 4: idem alla Colonna 3 delle precedenti tavole;
 Colonna 5: idem alla Colonna 4 delle precedenti tavole;
 Colonna 6: idem alla Colonna 5 delle precedenti tavole;
 Colonna 7: idem alla Colonna 6 delle precedenti tavole;
 Colonna 8: idem alla Colonna 7 delle precedenti tavole.

TAVOLE 1, 2, 3 e 4: analisi grafica e statistica dati settimanali

T. 01 INDICE	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=0	P	H ₀	H	P	α
COMIT	0.712	497	NO	*	*	5%
C. Assi.	0.882	327	NO	*	*	5%
C. Banc.	0.870	287	NO	*	*	5%
C. Comu.	0.861	282	NO	*	*	5%
C. Dive.	0.870	277	NO	*	*	5%
C. Fina.	0.892	242	NO	*	*	5%
C. Immo.	0.950	282	NO	*	*	5%
C. Indu.	0.874	242	NO	*	*	5%

T. 02 INDICE	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=50	P	H ₀	H	P	α
COMIT	0.625	502	SI	-	-	20%
C. Assi.	0.704	357	NO	*	*	5%
C. Banc.	0.713	282	NO	*	*	5%
C. Comu.	0.691	287	SI	-	-	20%
C. Dive.	0.695	282	NO	*	*	5%
C. Fina.	0.691	282	NO	*	*	5%
C. Immo.	0.752	282	NO	*	*	5%
C. Indu.	0.672	332	NO	-	-	5%

T. 03 INDICE	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=100	P	H ₀	H	P	α
COMIT	0.542	997	SI	-	-	20%
C. Assi.	0.554	397	SI	-	-	10%
C. Banc.	0.568	292	NO	-	-	5%
C. Comu.	0.588	287	SI	-	-	20%
C. Dive.	0.532	287	SI	-	-	20%
C. Fina.	0.542	282	SI	-	-	20%
C. Immo.	0.592	292	NO	-	-	5%
C. Indu.	0.531	397	SI	-	-	20%

T. 04 COMIT	q	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
		H	P	H ₀	H	P	α
COMIT	0	0.712	497	NO	*	*	5%
COMIT	10	0.690	497	NO	-	-	5%
COMIT	20	0.672	497	NO	-	-	5%
COMIT	30	0.657	497	SI	-	-	10%
COMIT	40	0.643	502	SI	-	-	10%
COMIT	50	0.625	502	SI	-	-	10%
COMIT	60	0.605	502	SI	-	-	10%
COMIT	70	0.585	502	SI	-	-	10%
COMIT	80	0.565	502	SI	-	-	10%
COMIT	90	0.556	997	SI	-	-	20%
COMIT	100	0.542	997	SI	-	-	20%

TAVOLE 5 e 6: analisi grafica e statistica dati tri-settimanali

T. 05 INDICE	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=0	P	H ₀	H	P	α
COMIT	0.740	501	NO	*	*	5%
C. Assi.	0.883	321	NO	*	*	5%
C. Banc.	0.882	276	NO	*	*	5%
C. Comu.	0.868	276	NO	*	*	5%
C. Dive.	0.854	276	NO	*	*	5%
C. Fina.	0.873	231	NO	*	*	5%
C. Immo.	0.935	276	NO	*	*	5%
C. Indu.	0.836	231	NO	-	-	5%

T. 06 INDICE	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=100	P	H ₀	H	P	α
COMIT	0.572	996	SI	-	-	20%
C. Assi.	0.617	396	SI	-	-	20%
C. Banc.	0.627	276	SI	-	-	20%
C. Comu.	0.617	276	SI	-	-	20%
C. Dive.	0.580	276	SI	-	-	-
C. Fina.	0.569	276	SI	-	-	-
C. Immo.	0.631	276	SI	-	-	20%
C. Indu.	0.548	396	SI	-	-	-

TAVOLE 7 e 8: analisi grafica e statistica dati mensili

T. 07 INDICE	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=0	P	H ₀	H	P	α
COMIT	0.759	495	SI	-	-	20%
C. Assi.	0.917	395	NO	*	*	5%
C. Banc.	0.917	270	NO	*	*	5%
C. Comu.	0.852	270	SI	-	-	20%
C. Dive.	0.904	270	NO	*	*	5%
C. Fina.	0.881	245	NO	-	-	5%
C. Immo.	0.953	270	NO	*	*	5%
C. Indu.	0.871	245	NO	-	-	5%

T. 08 INDICE	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=100	P	H ₀	H	P	α
COMIT	0.607	495	SI	-	-	-
C. Assi.	0.660	395	SI	-	-	20%
C. Banc.	0.690	270	SI	-	-	20%
C. Comu.	0.646	270	SI	-	-	-
C. Dive.	0.623	270	SI	-	-	-
C. Fina.	0.626	395	SI	-	-	-
C. Immo.	0.673	270	SI	-	-	20%
C. Indu.	0.629	395	SI	-	-	-

TAVOLE 9, 10, 11 e 12: analisi grafica e statistica dati settimanali

T. 09 TITOLO	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=0	P	H ₀	H	P	α
ALITALIA P	0.715	227	NO	-	-	5%
ANSALDO	0.685	117	SI	-	-	-
BENETTON	0.630	202	SI	-	-	-
CEMENTIR	0.611	172	SI	-	-	-
CIGA HOTEL	0.661	162	SI	-	-	-
COGEFAR	0.731	267	NO	*	*	5%
DALMINE	0.797	277	SI	-	-	-
FIAT	0.745	702	NO	*	*	5%
FIAT Priv.	0.804	327	NO	*	*	5%
GENERALI	0.815	397	NO	*	*	5%
L'ESPRESSO	0.740	342	SI	-	-	10%
MONTEDISON	0.766	232	SI	-	-	10%

T. 10 TITOLO	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=50	P	H ₀	H	P	α
ALITALIA P	0.583	227	SI	-	-	-
ANSALDO	0.380	282	SI	-	-	-
BENETTON	0.410	157	SI	-	-	-
CEMENTIR	0.541	382	SI	-	-	-
CIGA HOTEL	0.541	347	SI	-	-	-
COGEFAR	0.592	277	SI	-	-	-
DALMINE	0.661	342	NO	*	-	5%
FIAT	0.661	702	NO	*	*	5%
FIAT Priv.	0.655	327	SI	-	-	10%
GENERALI	0.679	397	NO	-	-	5%
L'ESPRESSO	0.661	287	SI	-	-	20%
MONTEDISON	0.643	232	SI	-	-	20%

T. 11 TITOLO	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=100	P	H ₀	H	P	α
ALITALIA P	0.517	232	NO	-	-	5%
ANSALDO	0.276	272	SI	-	-	20%
BENETTON	0.282	157	SI	-	-	-
CEMENTIR	?	?	SI	-	-	-
CIGA HOTEL	?	?	SI	-	-	-
COGEFAR	0.592	277	SI	-	-	-
DALMINE	?	?	SI	-	-	-
FIAT	0.574	702	SI	-	-	10%
FIAT Priv.	0.420	192	SI	-	-	-
GENERALI	0.560	282	SI	-	-	20%
L'ESPRESSO	0.554	397	SI	-	-	20%
MONTEDISON	?	?	SI	-	-	-

T. 12 FIAT	q	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
		H	P	H ₀	H	P	α
FIAT	0	0.745	702	NO	-	-	5%
FIAT	10	0.736	702	NO	*	*	5%
FIAT	20	0.716	702	NO	*	*	5%
FIAT	30	0.700	702	NO	*	*	5%
FIAT	40	0.679	702	NO	*	*	5%
FIAT	50	0.661	702	NO	*	*	5%
FIAT	60	0.641	702	NO	*	*	5%
FIAT	70	0.623	702	NO	*	*	5%
FIAT	80	0.607	702	NO	*	*	5%
FIAT	90	0.591	702	SI	-	-	10%
FIAT	100	0.574	702	SI	-	-	10%

TAVOLE 13 e 14: analisi grafica e statistica dati tri-settimanali

T. 13 TITOLO	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=0	P	H ₀	H	P	α
ALITALIA P	0.715	216	SI	-	-	-
ANSALDO	0.593	186	SI	-	-	-
BENETTON	0.666	201	SI	-	-	-
CEMENTIR	0.664	171	SI	-	-	-
CIGA HOTEL	0.684	156	SI	-	-	-
COGEFAR	0.746	261	SI	-	-	-
DALMINE	0.860	246	NO	*	*	5%
FIAT	0.763	231	NO	*	*	5%
FIAT Priv.	0.783	231	SI	-	-	20%
GENERALI	0.817	396	NO	*	*	5%
L'ESPRESSO	0.721	336	SI	-	-	-
MONTEDISON	0.802	231	SI	-	-	20%

T. 14 TITOLO	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=100	P	H ₀	H	P	α
ALITALIA P	0.557	231	SI	-	-	-
ANSALDO	0.276	261	NO	*	*	5%
BENETTON	0.404	156	SI	-	-	-
CEMENTIR	?	?	SI	-	-	-
CIGA HOTEL	0.430	156	SI	-	-	-
COGEFAR	0.430	186	SI	-	-	-
DALMINE	0.601	246	SI	-	-	20%
FIAT	0.579	696	SI	-	-	20%
FIAT Priv.	0.557	396	SI	-	-	20%
GENERALI	0.580	396	SI	-	-	10%
L'ESPRESSO	0.601	276	SI	-	-	20%
MONTEDISON	0.533	246	SI	-	-	-

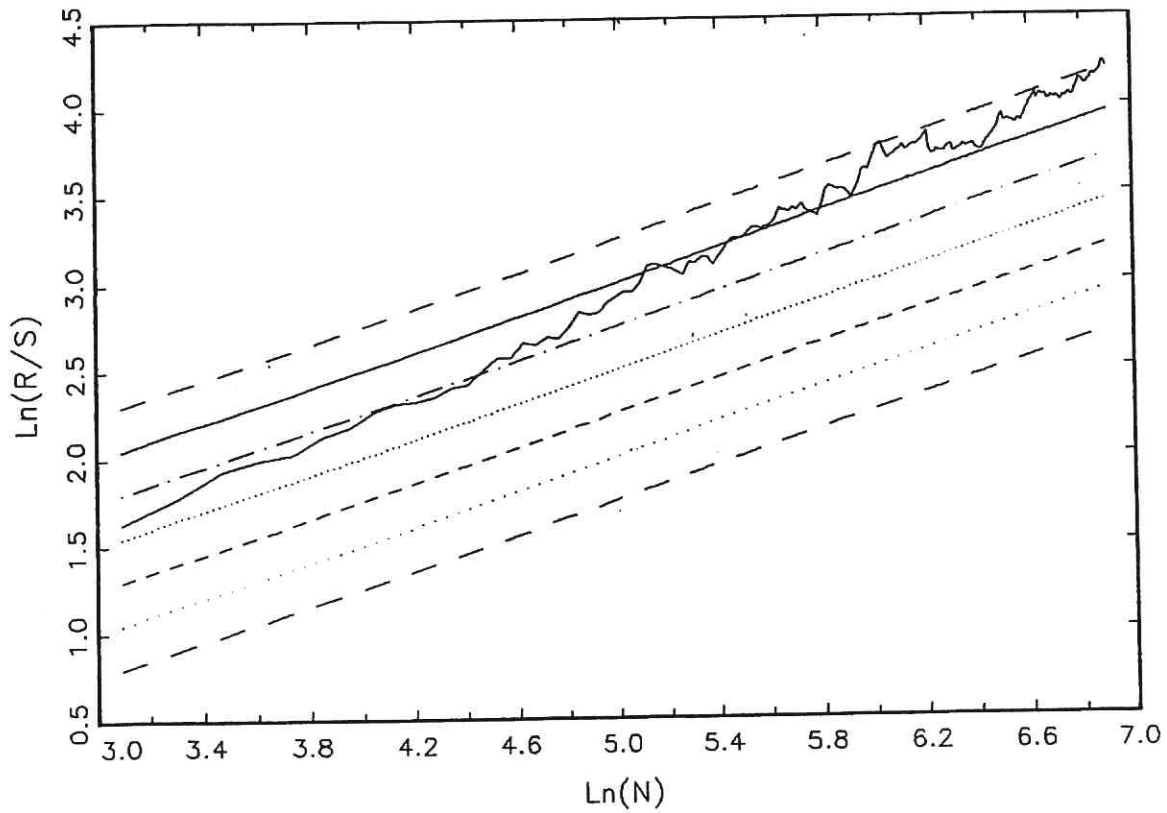
TAVOLE 15 e 16: analisi grafica e statistica dati mensili

T. 15 TITOLO	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=0	P	H ₀	H	P*	α
ALITALIA P	0.735	220	SI	-	-	-
ANSALDO	?	?	SI	-	-	20%
BENETTON	0.630	195	SI	-	-	20%
CEMENTIR	0.702	195	SI	-	-	-
CIGA HOTEL	0.715	295	SI	-	-	20%
COGEFAR	0.787	270	SI	-	-	-
DALMINE	0.860	245	SI	-	-	10%
FIAT	0.817	695	NO	*	*	5%
FIAT Priv.	0.837	320	SI	-	-	20%
GENERALI	0.853	345	NO	*	-	5%
L'ESPRESSO	0.773	270	SI	-	-	10%
MONTEDISON	0.749	245	SI	-	-	-

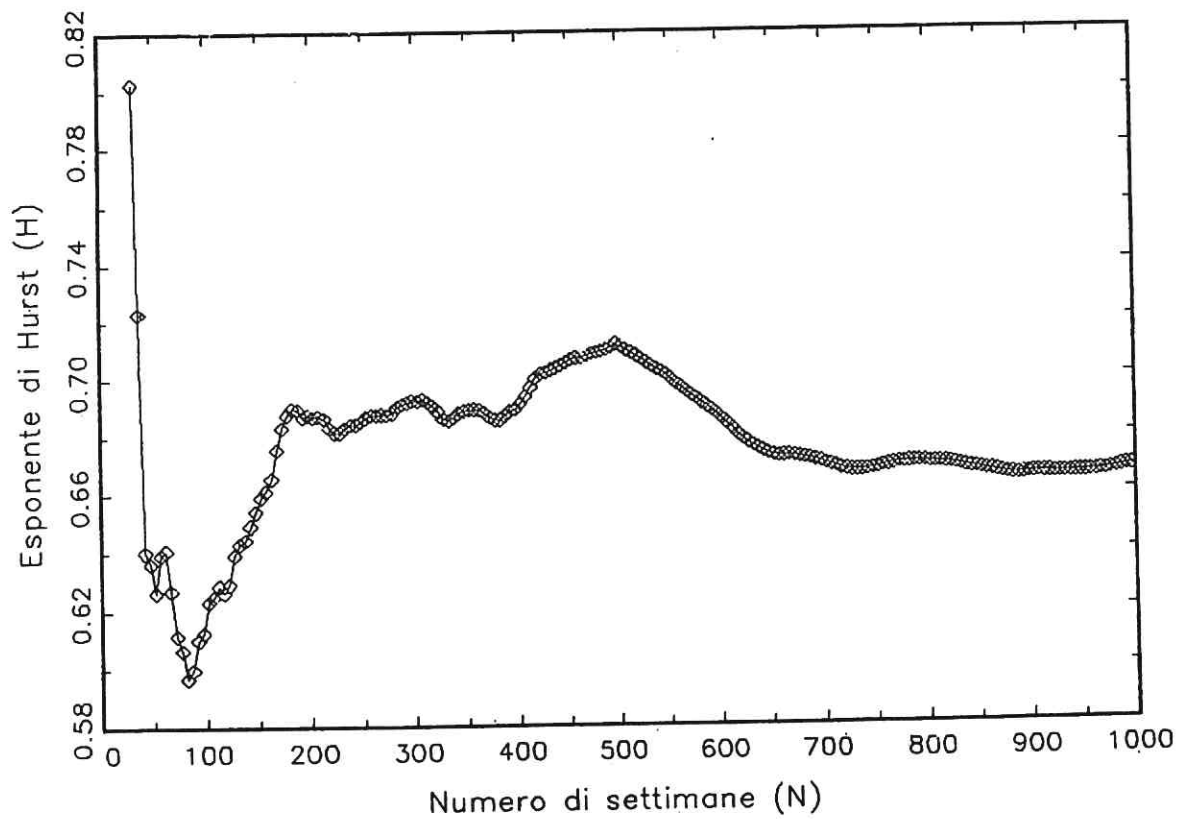
T. 16 TITOLO	A.GRAFICA		AN. STATISTICA			
	q=100	P*	H ₀	H	P	α
ALITALIA P	0.627	220	SI	-	-	-
ANSALDO	0.539	195	SI	-	-	-
BENETTON	0.447	270	SI	-	-	-
CEMENTIR	0.537	345	SI	-	-	-
CIGA HOTEL	0.569	345	SI	-	-	-
COGEFAR	0.551	320	SI	-	-	-
DALMINE	0.619	245	SI	-	-	-
FIAT	0.643	695	SI	-	-	20%
FIAT Priv.	0.604	395	SI	-	-	-
GENERALI	0.630	395	SI	-	-	-
L'ESPRESSO	0.596	270	SI	-	-	-
MONTEDISON	0.611	245	SI	-	-	-

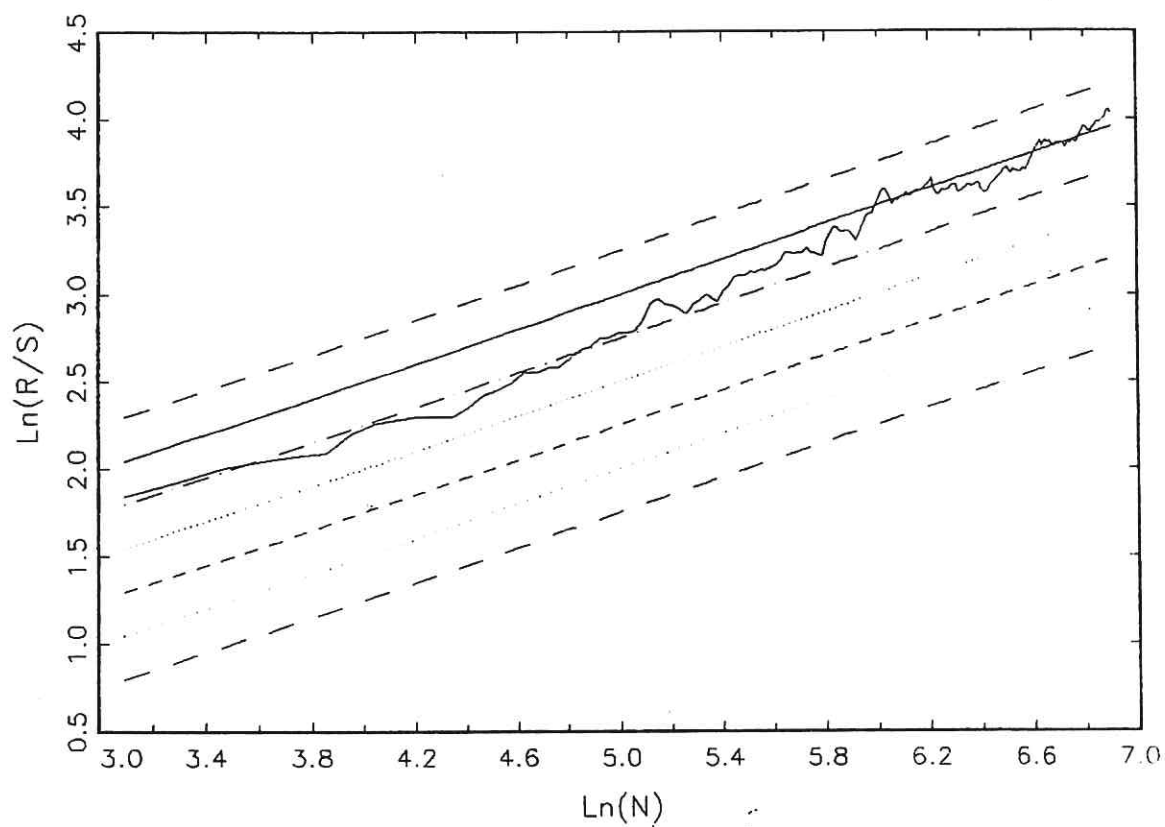
Analisi R/S dell'indice COMIT

$q=0$

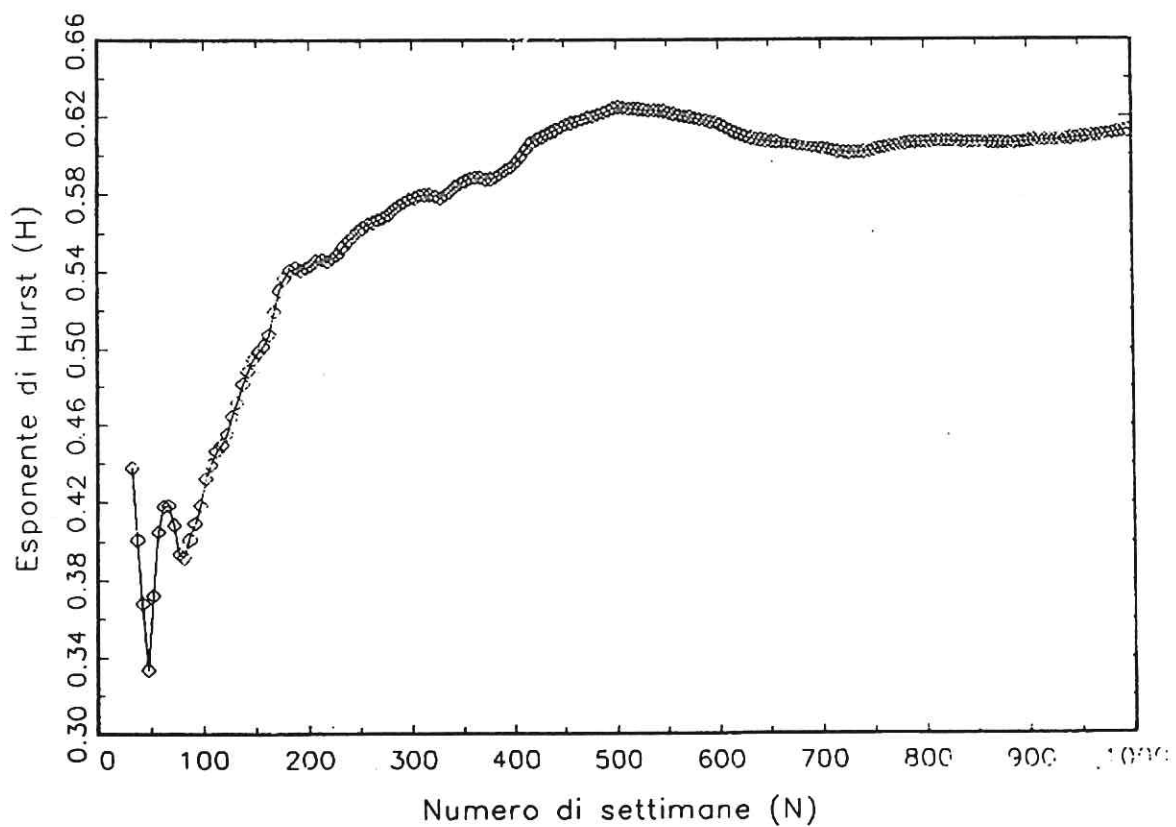


Esponente di Hurst dell'indice COMIT



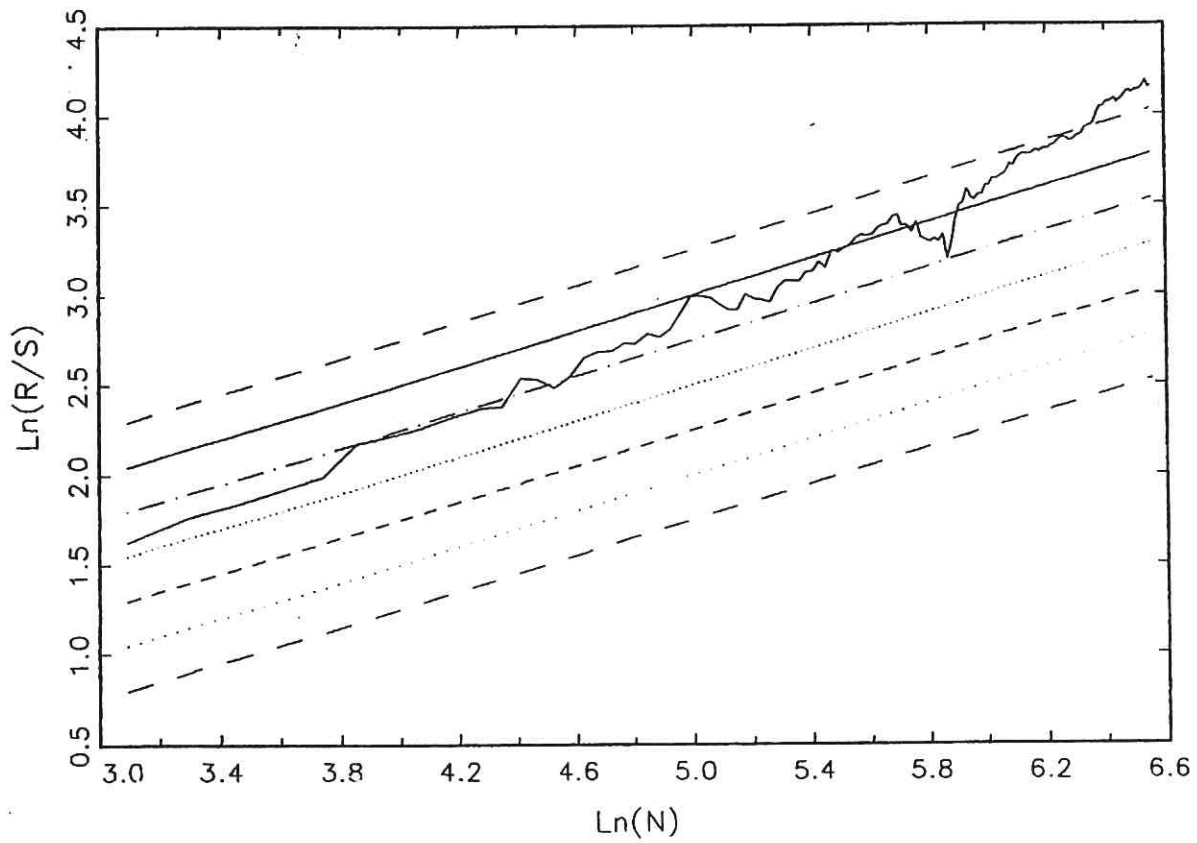


Esponente di Hurst dell'indice COMIT

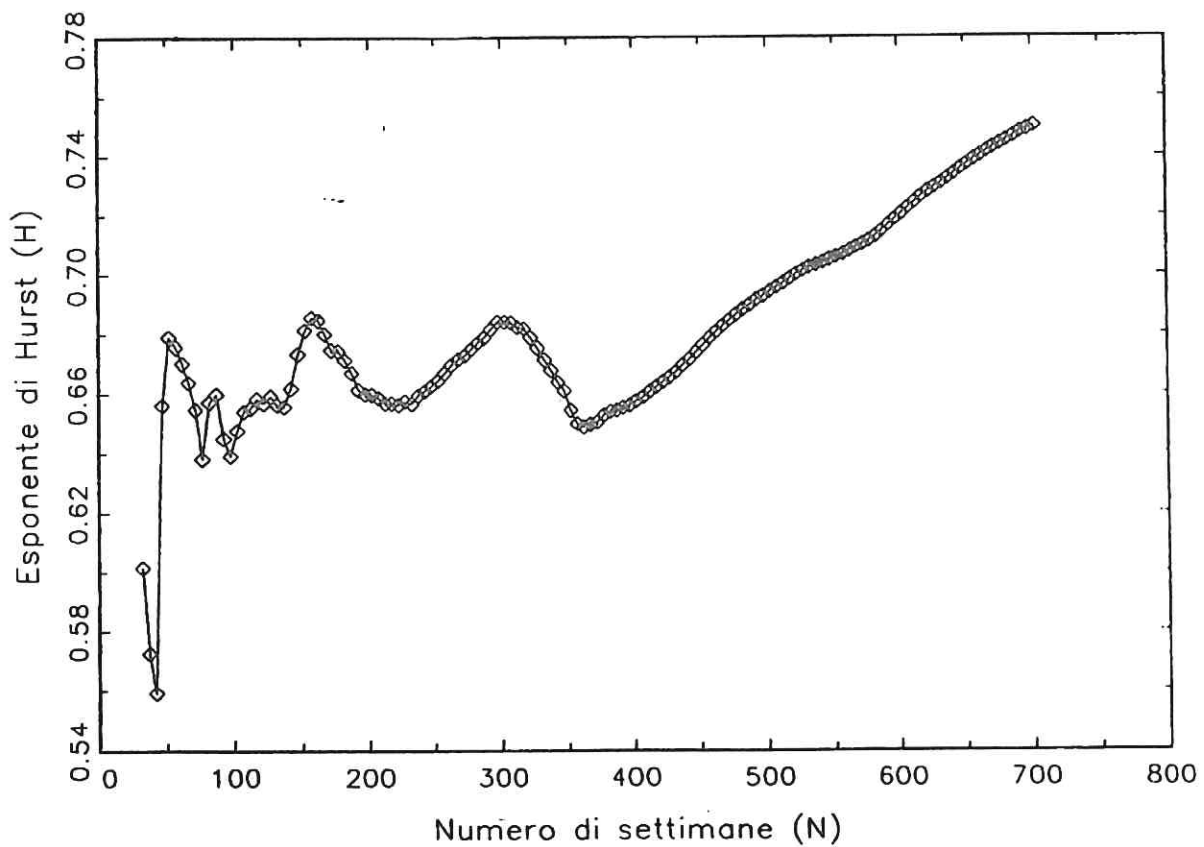


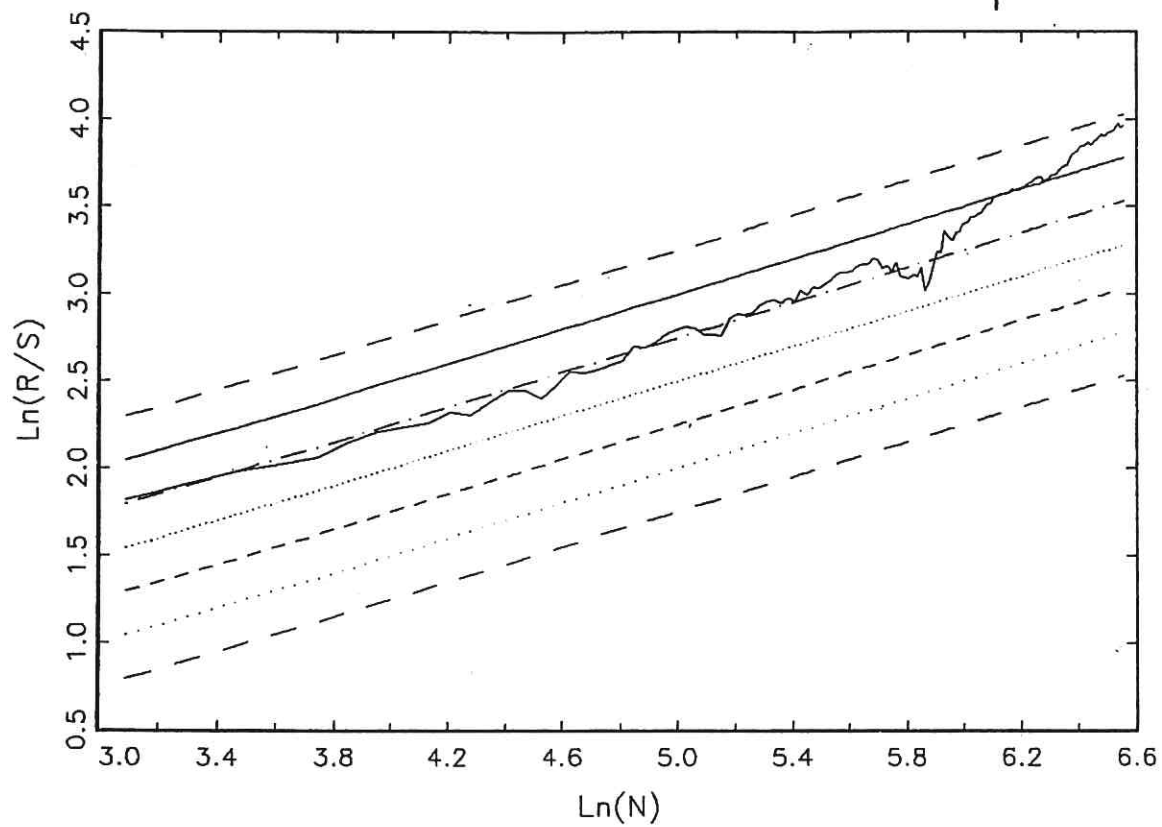
Analisi R/S del titolo FIAT

$q=0$

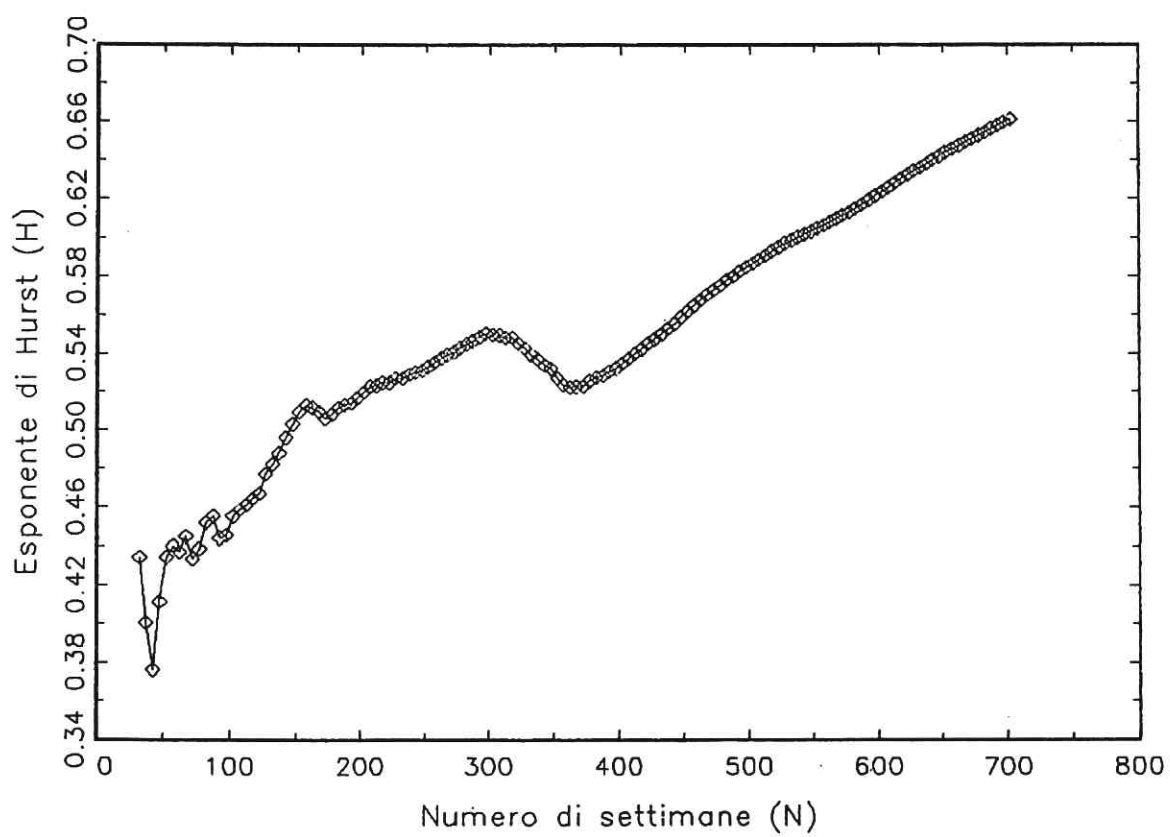


Esponente di Hurst del titolo FIAT





Esponente di Hurst del titolo FIAT



Finito di stampare nel luglio 1993 dalla
Tip. Giovanni Giglio - Napoli